
Capítulo 3

Métodos de resolução do problema de fluxo de carga

Exercícios

(1) Considerar o problema $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ em que:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 10 & 3 & 1 \\ 2 & -10 & 3 \\ 1 & 3 & 10 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 14 \\ -5 \\ 14 \end{bmatrix}$$

- (a) (0,5) Obter a solução exata \mathbf{x} a partir de $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$.
- (b) (0,5) Utilizando os métodos de Gauss e Gauss-Seidel, obter tabelas mostrando os processos de convergência até a solução do problema. Inicializar o vetor \mathbf{x} com:

$$\mathbf{x}^{(0)} = [0 \ 0 \ 0]^T$$

Utilizar o seguinte critério de convergência:

$$\max \left\{ |x_j^{(i)} - x_j^{(i-1)}| < 10^{-4} \right\} \quad j = 1 \dots 3$$

Comparar os métodos quanto aos números de iterações.

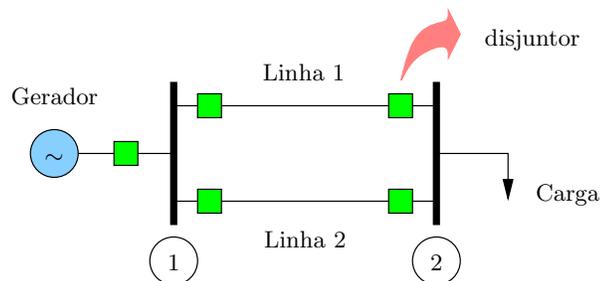
(2) (1,0) Obter um algoritmo para solução do problema do fluxo de carga pelo método de Gauss-Seidel. Observações:

- Deve ser usado o modelo $\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{E}$.
- Especificar diferenças de tratamento dos diferentes tipos de barras no algoritmo.
- O critério de convergência é baseado nos *mismatches* de potência para as barras calculados para cada iteração:

$$\begin{aligned} \Delta P_k &= |P_k^{calc} - P_k^{esp}| && \rightarrow && \text{barras PQ e PV} \\ \Delta Q_k &= |Q_k^{calc} - Q_k^{esp}| && \rightarrow && \text{barras PQ} \end{aligned}$$

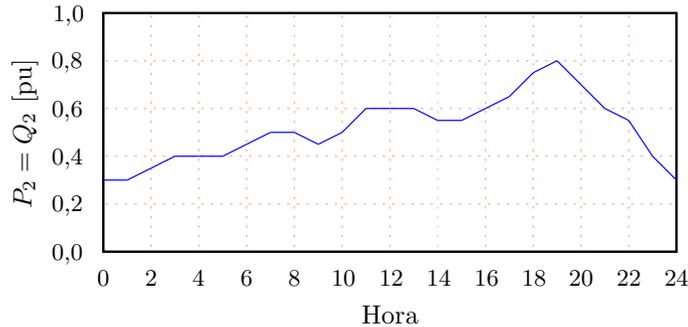
em que P_k^{calc} e Q_k^{calc} são calculados com base nos valores atuais das tensões e são comparados com os valores especificados pelo problema. Se os *mismatches* forem menores que um valor de tolerância especificado, considere-se que o processo iterativo convergiu e a solução foi encontrada.

(3) A figura a seguir mostra o diagrama unifilar de um sistema elétrico de potência.



A tensão na barra 1 é mantida constante em 1,0 pu. A linha 1 é modelada como um circuito RL série com resistência igual a 0,1 pu e reatância igual a 0,3 pu. A linha 2 também é modelada como um circuito RL série com resistência igual a 0,2 pu e reatância igual a 0,6 pu. A carga da barra 2 é indutiva e variável, sendo que os consumos de potência ativa e potência reativa são sempre iguais.

Em um determinado dia foi feita uma previsão do consumo de potência para o dia seguinte, a fim de realizar o planejamento da operação. Esta previsão foi feita hora a hora através de um procedimento de previsão de carga (*load forecasting*) e é mostrada na figura a seguir.



- (a) (1,0) Utilizando o método de Gauss-Seidel, obter o estado de operação da rede (tensões nodais e fluxos nos ramos) para as seguintes situações:
- Condições normais de operação e carga mínima prevista;
 - Condições normais de operação e carga máxima prevista;
- (b) (1,5) Discutir o que aconteceria com a rede em termos de operação sob contingências, considerando que estas ocorreriam às 10 e às 12 horas.
- (4) (0,5) Determinar as características de uma função $g(x)$ de tal maneira que a aplicação do método de Newton para a resolução de $g(x) = 0$ forneça a solução exata em apenas uma iteração. Fornecer um exemplo numérico.
- (5) Considerar o seguinte sistema de equações algébricas não-lineares:

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 1 - y &= 0 \\x + 3 - y &= 0\end{aligned}$$

As soluções deste sistema de equações são $(x, y) = (4, 7)$ e $(-1, 2)$.

- (a) (0,5) Obter a matriz Jacobiana para o sistema de equações.
- (b) (0,5) Resolver o sistema pelo método de Newton considerando o ponto inicial $(-1,5, -1,5)$. Mostrar a evolução do processo iterativo através de uma tabela.
- (c) (0,5) Resolver o sistema pelo método de Newton considerando o ponto inicial $(5, 5)$. Mostrar a evolução do processo iterativo através de uma tabela.
- (d) (1,5) Dos itens (b) e (c) fica claro que a solução determinada pelo processo iterativo depende dos pontos iniciais arbitrados. Mais que isso, os pontos iniciais determinam se o processo converge ou não. Seja R_a o conjunto de pontos iniciais para os quais o processo converge para a solução $(-1, 2)$, R_b o conjunto de pontos iniciais para os quais o processo converge para a solução $(4, 7)$ e R_c o conjunto de pontos iniciais para os quais não ocorre a convergência. Obter os gráficos de $(y \times x)$ para as duas equações e determinar as regiões R_a , R_b e R_c . Justificar os resultados obtidos.
- (e) (1,0) Investigar a possibilidade de que, no decorrer do processo iterativo, um ponto em R_c seja atingido partindo de um ponto no plano $(y \times x)$ pertencente a R_a ou R_b . Naturalmente, isto impossibilitaria a convergência do processo iterativo. Comentar os resultados obtidos.

(f) (1,0) Considerar a inicialização $(0, 0)$. Seja E^i o erro da iteração i definido por:

$$E^i = \begin{bmatrix} x^i \\ y^i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x^s \\ y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^i \\ y^i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

em que $(x^s, y^s) = (-1, 2)$ é a solução para o ponto inicial escolhido. Tem-se também que:

$$\|E^i\| = \sqrt{(E^i)^T \cdot E^i} = e^i$$

é a norma do erro entre a solução calculada e a solução exata para uma iteração i . Diz-se que a convergência de um método iterativo é quadrática se:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{e^{i+1}}{e^i} = K$$

em que K é a constante assintótica de proporcionalidade. Para i suficientemente grande, pode-se dizer que:

$$e^{i+1} \approx K \cdot (e^i)^2$$

A partir da expressão anterior, mostrar que um gráfico de $(e^{i+1} \times e^i)$ em escala logarítmica (log-log) resulta em uma reta com inclinação igual a 2. Obter e^i para o processo iterativo com o ponto inicial especificado anteriormente. Desenhar o gráfico $(e^{i+1} \times e^i)$ em escala logarítmica e estimar a inclinação da reta resultante.