Capítulo 5
Controles e limites

5.1 Introdução

- Além de resolver os subsistemas 1 e 2, o cálculo de fluxo de carga deve também:
  - incluir a atuação dos dispositivos de controle;
  - levar em conta os limites de operação dos equipamentos.

- Controles mais comuns:

  Controle da magnitude de tensão em barra (local ou remota) através de injeção de reativos;

  Controle da magnitude de tensão em barra (local ou remota) por ajuste da posição de taps de transformadores em fase;

  Controle de fluxo de potência ativa em transformadores defasadores;

  Controle de intercâmbio de potência entre áreas.

- Limites de operação mais comuns:

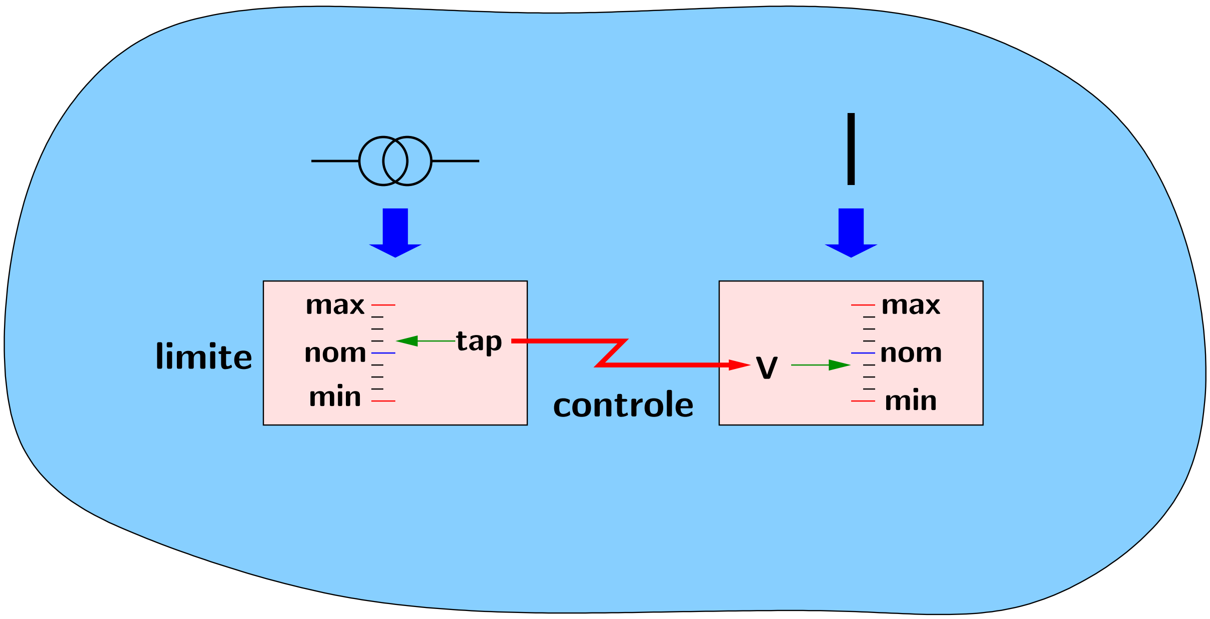
  Limite de injeção de potência reativa em barras PV;

  Limite de magnitude de tensão em barras PQ;

  Limite de posição de tap em transformadores;

■ **Exemplo**

Considere que a magnitude da tensão em uma barra de carga seja controlada pela posição do tap de um transformador.



■

5.2 Modos de representação de controles e limites

5.2.1 Classificação por tipo de barra (PQ, PV, $V\theta$, etc.)

► **Através da própria definição das barras PV é feito o controle de magnitude de suas tensões (constantes).**

Este controle é levado em conta na própria formulação básica do problema do fluxo de carga.

5.2.2 Ajuste alternado

- **Os dispositivos de controle são mantidos fixos durante a iteração**

- **As variáveis de controle são ajustadas entre duas iterações consecutivas de modo a fazer com que as variáveis controladas estejam dentro do intervalo de valores especificados.**

- **Os ajustes das variáveis de controle, realizados entre duas iterações do processo de resolução do subsistema 1, são dados por:**

$$\Delta u = \alpha \cdot \Delta z = \alpha \cdot \left(z^{\text{esp}} - z^{\text{cal}} \right)$$

em que:

Δu	**correção na variável de controle u.**
Δz	**diferença entre os valores especificado (z^{esp}) e calculado (z^{cal}) da variável controlada.**
α	**relação de sensibilidade entre a variável de controle (u) e a controlada (z).**

- **O valor de α pode ser calculado (análise de sensibilidade) ou arbitrado (valor empírico).**

  Em geral o valor de α é arbitrado. Cálculos para a obtenção de α são trabalhosos e tornam o processo de resolução mais lento.

- **Esquema geral de ajuste alternado das variáveis de controle:**

  (1) **Definir os valores iniciais das variáveis de controle u^0.**

  (2) **Obter uma solução para o subsistema 1 (estado da rede). Essa solução pode ser obtida:**

  - **com tolerâncias maiores que as exigidas para a solução final;**
  - **após um certo número de iterações predefinido.**

  (3) **Estimar os valores atuais das variáveis controladas z^{cal}.**

  (4) **Se os erros Δz forem menores que tolerâncias especificadas, não serão necessárias ações de controle $\rightarrow$ ir para o passo (2).**
  Caso contrário, continuar.

  (5) **Determinar os novos valores das variáveis de controle:**

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{novo}} = \boldsymbol{u}^{\mathrm{velho}} + \alpha \cdot \boldsymbol{\Delta z}$$

  (6) **Voltar ao passo (2).**

5.2.3 Ajuste simultâneo

- **Consiste:**

  - **na incorporação de equações e variáveis adicionais ao subsistema 1, ou**
  - **na substituição de equações e variáveis dependentes do subsistema 1 por novas equações/variáveis.**

■ **Exemplo**

Considere um transformador defasador que conecta as barras k e m:

- **variável de controle é φ_{km} (posição do tap)**
- **variável controlada é P_{km} (fluxo de potência ativa)**
- **anexar uma equação ao subsistema 1:**

$$P_{km}^{esp} - P_{km}^{cal}\left(\varphi_{km}\right) = 0$$

- **anexar variável φ_{km} ao conjunto de variáveis dependentes (vetor x)**

Considere agora um transformador em fase que conecta as barras k e m:

- **variável de controle é a_{km} (posição do tap)**
- **variável controlada pode ser, por exemplo, V_m (tensão em uma das barras terminais do transformador)**
- **posição do tap a_{km} substitui V_m no vetor x**

■

5.3 Conseqüências da introdução de controles e limites

- **A introdução de controles e limites pode resultar em complicações no processo de resolução de fluxo de carga:**

  - **controles e limites afetam consideravelmente o desempenho de convergência do subsistema 1.**

    Quanto maior for o número de controles e limites, maior será essa influência.

- a convergência fica mais lenta.

  A inclusão de controles e limites resulta em geral em um aumento do número de iterações.

- a interferência entre controles (principalmente entre aqueles eletricamente próximos) pode levar à não-convergência.

- o processo de ajustes (controles e limites) deve ser iniciado após o processo já estar próximo de uma solução.

  Evita-se comparar valores especificados com valores calculados que ainda estão muito longe de serem valores realistas.

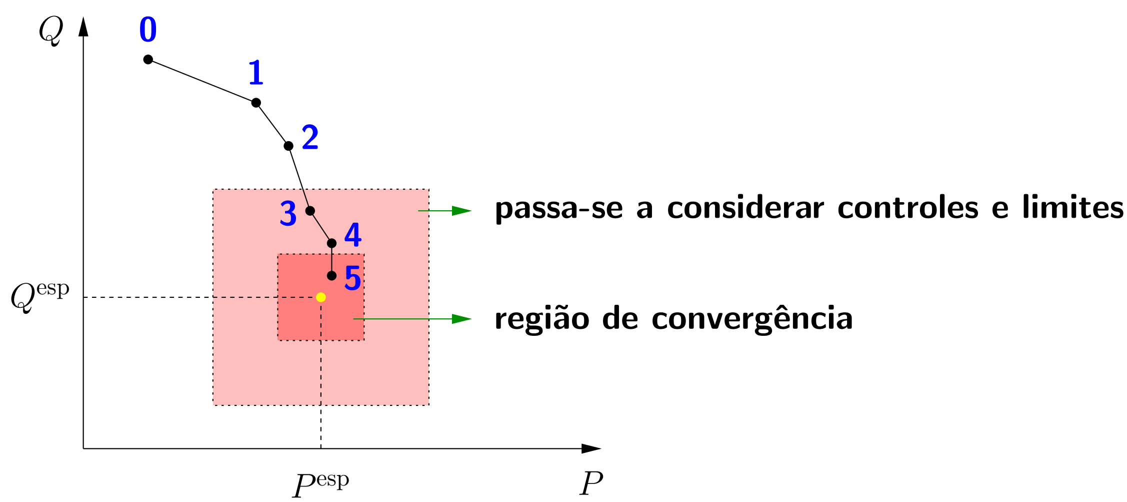
- podem levar à ocorrência de soluções múltiplas para um mesmo problema.

- ajustes muito pequenos → convergência lenta.

  ajustes muito grandes → convergência lenta ou divergência.

Exemplo

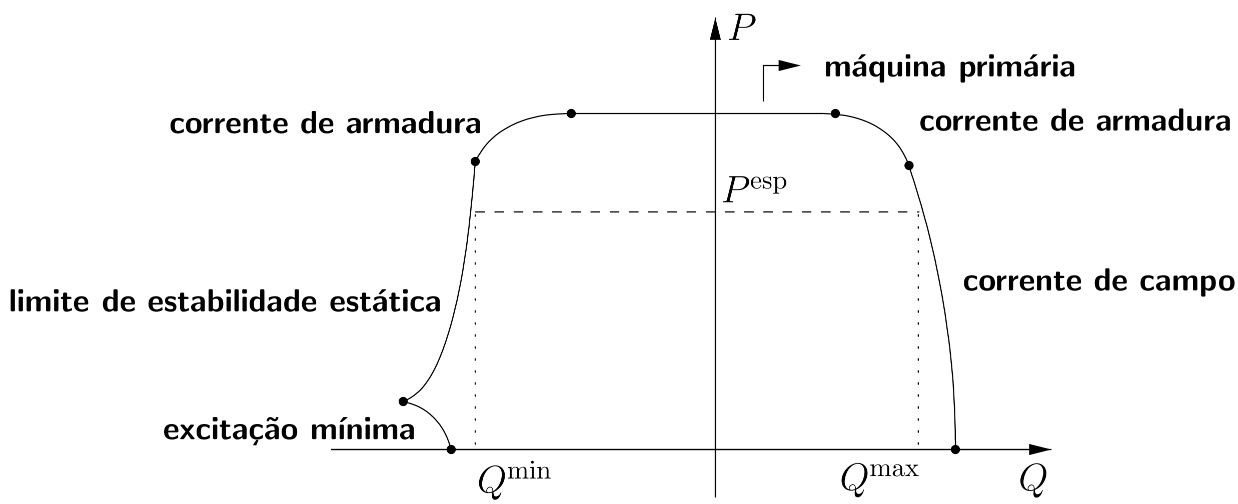
Considere a atuação de uma variável de controle em uma rede de duas barras.



5.4 Controle de tensão em barras PV

- **Em barras que contêm geradores ou compensadores síncronos (PV) é feito o controle da magnitude da tensão nodal através da injeção de potência reativa.**

- **Diagrama de capacidade (capability) de uma máquina síncrona para $V = V^{\text{esp}}$:**

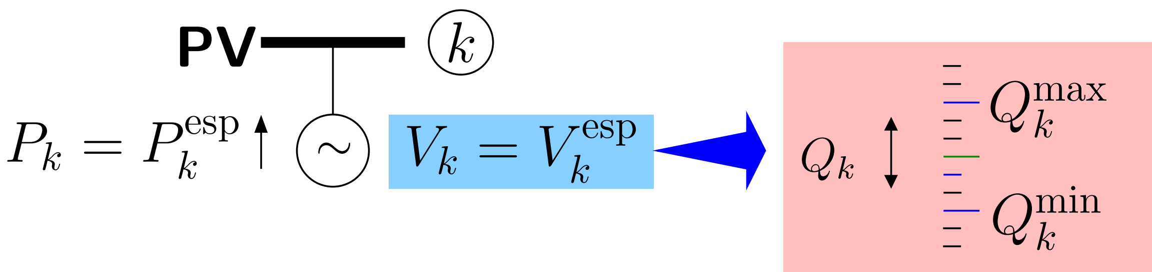


- **Para uma barra PV, especifica-se P^{esp} e V^{esp} $\rightsquigarrow$ determina-se Q^{min} e Q^{max}.**

- **O controle é feito através do ajuste da corrente de campo (I_f) da máquina síncrona:**
  - **I_f pequena $\rightarrow$ máquina subexcitada $\rightarrow$ absorve reativos da rede**
  - **I_f grande $\rightarrow$ máquina sobreexcitada $\rightarrow$ injeta reativos na rede**

- Para uma barra k do tipo PV:

$$\begin{aligned} V_k &= V_k^{\text{esp}} \\ Q_k^{\min} \leq Q_k^{\text{cal}} &\leq Q_k^{\max} \end{aligned}$$



- A tensão na barra deve ser mantida constante em V_k^{esp}. Na resolução do subsistema 1, isto é conseguido:

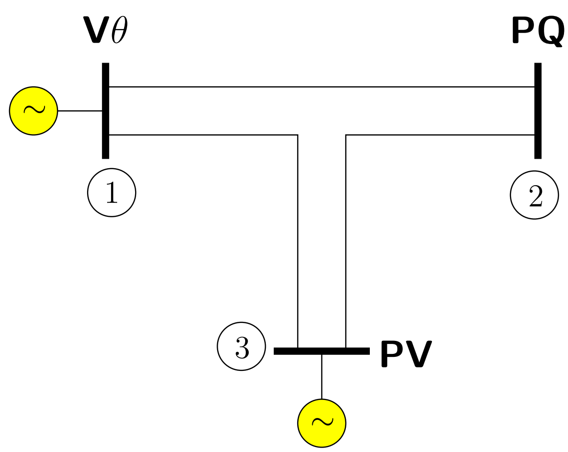
  - retirando a equação referente a Q_k do subsistema 1

    A matriz Jacobiana não contém a linha cujos elementos são $\partial Q_k / \partial \theta_m$ e $\partial Q_k / \partial V_m$ e a coluna correspondente às derivadas $\partial P_m / \partial V_k$ e $\partial Q_m / \partial V_k$.

  - forçando a correção de tensão ΔV_k a ser igual a zero durante o processo iterativo.

Exemplo

Considere a rede de três barras e três ramos mostrada a seguir.



A equação básica de fluxo de carga para a rede é a seguinte (considerando todos os elementos):

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}
=
\underbrace{\begin{bmatrix}
P_1\theta_1 & P_1\theta_2 & P_1\theta_3 & P_1V_1 & P_1V_2 & P_1V_3 \\
P_2\theta_1 & P_2\theta_2 & P_2\theta_3 & P_2V_1 & P_2V_2 & P_2V_3 \\
P_3\theta_1 & P_3\theta_2 & P_3\theta_3 & P_3V_1 & P_3V_2 & P_3V_3 \\
Q_1\theta_1 & Q_1\theta_2 & Q_1\theta_3 & Q_1V_1 & Q_1V_2 & Q_1V_3 \\
Q_2\theta_1 & Q_2\theta_2 & Q_2\theta_3 & Q_2V_1 & Q_2V_2 & Q_2V_3 \\
Q_3\theta_1 & Q_3\theta_1 & Q_3\theta_3 & Q_3V_1 & Q_3V_2 & Q_3V_3
\end{bmatrix}}_{\mathbf{J}}
\cdot
\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}
$$

em que, por exemplo:

$$P_1\theta_1 = \frac{\partial}{\partial\theta_1} P_1$$

Para a resolução do subsistema 1 somente as equações de ΔP_2, ΔP_3 e ΔQ_2 são utilizadas.

Colocando um número grande nos elementos da diagonal apropriados correspondentes às barras de referência e PV, tem-se:

$$\begin{bmatrix}\Delta P_1\\ \Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta Q_1\\ \Delta Q_2\\ \Delta Q_3\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \infty & P_1\theta_2 & P_1\theta_3 & P_1V_1 & P_1V_2 & P_1V_3\\ P_2\theta_1 & P_2\theta_2 & P_2\theta_3 & P_2V_1 & P_2V_2 & P_2V_3\\ P_3\theta_1 & P_3\theta_2 & P_3\theta_3 & P_3V_1 & P_3V_2 & P_3V_3\\ Q_1\theta_1 & Q_1\theta_2 & Q_1\theta_3 & \infty & Q_1V_2 & Q_1V_3\\ Q_2\theta_1 & Q_2\theta_2 & Q_2\theta_3 & Q_2V_1 & Q_2V_2 & Q_2V_3\\ Q_3\theta_1 & Q_3\theta_1 & Q_3\theta_3 & Q_3V_1 & Q_3V_2 & \infty \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}} \cdot \begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \Delta\theta_2\\ \Delta\theta_3\\ \Delta V_1\\ \Delta V_2\\ \Delta V_3\end{bmatrix}$$

As correções nas variáveis de estado são dadas por:

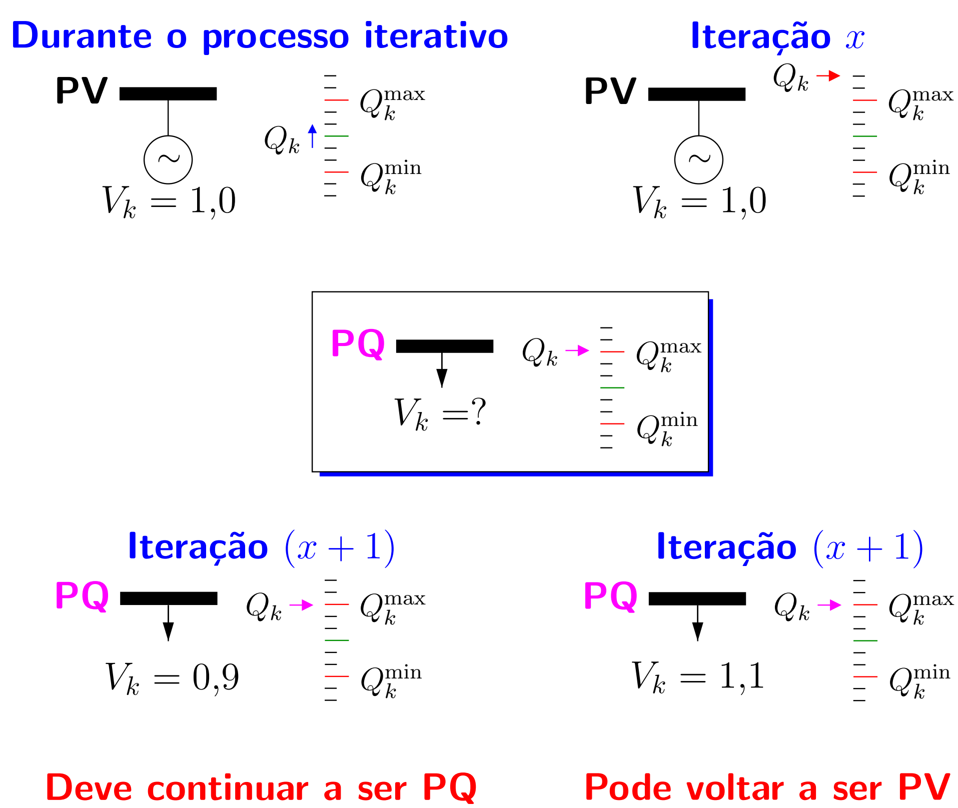
$$\begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \Delta\theta_2\\ \Delta\theta_3\\ \Delta V_1\\ \Delta V_2\\ \Delta V_3\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \times & \times & 0 & \times & 0\\ 0 & \times & \times & 0 & \times & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \times & \times & 0 & \times & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}^{-1}} \cdot \begin{bmatrix}\Delta P_1\\ \Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta Q_1\\ \Delta Q_2\\ \Delta Q_3\end{bmatrix}$$

- **as correções ΔV_1 e $\Delta\theta_1$ são iguais a zero (barra slack).**
- **a correção ΔV_3 é igual a zero (barra PV).**
- **o mismatch ΔQ_3 não afeta as correções das variáveis de estado.**
- **a situação é semelhante no caso dos métodos desacoplados.**

- **Problema:**
  - **a tensão na barra PV é mantida constante através da injeção ou absorção de potência reativa pela máquina conectada a ela.**
  - **existem limites máximo e mínimo para a injeção de potência reativa para a máquina.**
  - **em algumas situações tais limites são atingidos sem que seja possível manter a tensão no nível especificado.**
- **Deve-se ter um procedimento de verificação de violação dos limites de potência reativa de barras PV no processo de resolução do problema de fluxo de carga.**

5.4.1 Ajuste alternado

- **Considere uma certa barra k do tipo PV para a qual se realiza o controle de geração de potência reativa.**



- **Descrição de uma situação particular:**

  - **ao longo do processo iterativo a injeção de reativos na barra k aumenta, para manter a tensão V_k no valor especificado.**
  - **em uma certa iteração o limite $Q_k^{\max}$ é violado ($Q_k^{\text{cal}} > Q_k^{\max}$).**
  - **a partir daí, não há o suporte de reativos necessário na barra k para manter a tensão em V_k^{esp}.**
    A tensão V_k tende a cair.
  - **neste caso, a barra k é redefinida, passando de PV para PQ.**
    A tensão agora varia e passa a fazer parte do vetor de variáveis dependentes x.
    Deve-se então especificar uma potência reativa para a nova barra PQ:

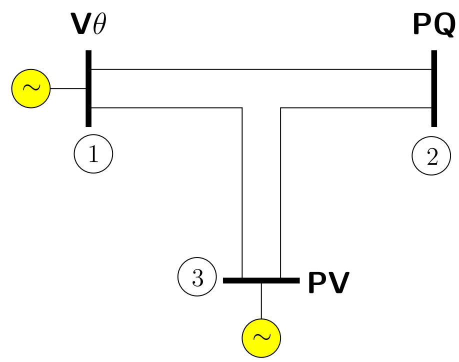
    $$Q_k^{\text{esp}} = Q_k^{\max} \qquad \textbf{(potência especificada igual ao limite violado)}$$

    Deve-se incluir a equação correspondente a ΔQ_k no conjunto das equações de fluxo de carga (e as linhas e colunas correspondentes a Q_k na matriz Jacobiana).
  - **nas iterações seguintes, deve-se verificar a possibilidade da barra k voltar ao seu tipo original (PV) através da verificação do valor de V_k^{cal}.**
  - **se $V_k^{\text{cal}} < V_k^{\text{esp}}$ a barra k deve continuar como PQ, pois um aumento de V_k só é possível aumentando-se Q_k, que já está no limite máximo.**
  - **se $V_k^{\text{cal}} \geq V_k^{\text{esp}}$ barra k pode voltar a ser PV, pois a tensão subiu acima do especificado, indicando que há uma folga de reativos. Para diminuir V_k basta diminuir Q_k, o que é possível.**
    A barra k volta a ser PV, com $V_k = V_k^{\text{esp}}$ e a potência reativa Q_k fica novamente liberada para variar.

- **Raciocínio análogo pode ser feito para o caso em que o limite $Q_k^{\min}$ é atingido.**

■ Exemplo

Considere que o limite de geração de potência reativa da barra 3 da rede a seguir seja atingido em uma certa iteração.



$$
\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}
=
\underbrace{\begin{bmatrix}
\infty & P_1\theta_2 & P_1\theta_3 & P_1V_1 & P_1V_2 & P_1V_3 \\
P_2\theta_1 & P_2\theta_2 & P_2\theta_3 & P_2V_1 & P_2V_2 & P_2V_3 \\
P_3\theta_1 & P_3\theta_2 & P_3\theta_3 & P_3V_1 & P_3V_2 & P_3V_3 \\
Q_1\theta_1 & Q_1\theta_2 & Q_1\theta_3 & \infty & Q_1V_2 & Q_1V_3 \\
Q_2\theta_1 & Q_2\theta_2 & Q_2\theta_3 & Q_2V_1 & Q_2V_2 & Q_2V_3 \\
Q_3\theta_1 & Q_3\theta_1 & Q_3\theta_3 & Q_3V_1 & Q_3V_2 & \infty
\end{bmatrix}}_{\mathbf{J}}
\cdot
\begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}
$$

Barra 3 $\rightarrow$ de PV para PQ

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}
=
\underbrace{\begin{bmatrix}
\infty & P_1\theta_2 & P_1\theta_3 & P_1V_1 & P_1V_2 & P_1V_3 \\
P_2\theta_1 & P_2\theta_2 & P_2\theta_3 & P_2V_1 & P_2V_2 & P_2V_3 \\
P_3\theta_1 & P_3\theta_2 & P_3\theta_3 & P_3V_1 & P_3V_2 & P_3V_3 \\
Q_1\theta_1 & Q_1\theta_2 & Q_1\theta_3 & \infty & Q_1V_2 & Q_1V_3 \\
Q_2\theta_1 & Q_2\theta_2 & Q_2\theta_3 & Q_2V_1 & Q_2V_2 & Q_2V_3 \\
Q_3\theta_1 & Q_3\theta_1 & Q_3\theta_3 & Q_3V_1 & Q_3V_2 & Q_3V_3
\end{bmatrix}}_{\mathbf{J}}
\cdot
\begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}
$$

∞

■

- **Um outro método de controle de tensão em barras de geração consiste em realizar ajustes no valor de tensão especificada da barra PV de forma a eliminar a violação de potência reativa:**

$$\Delta V_k^{\text{esp}} = \alpha \cdot \Delta Q_k^G$$

em que ΔQ_k^G é o montante de violação e α é um fator de sensibilidade.

- **Este método também deve incluir a possibilidade de volta ao valores iniciais de tensão especificada.**

5.5 Limites de tensão em barras PQ

- **Em estudos de planejamento da expansão de redes elétricas costuma-se estabelecer limites de tensão em barras PQ (mesmo que não existam realmente dispositivos de controle capazes de realizar tal tarefa).**

  Pode-se verificar quais são as áreas críticas com relação aos níveis de tensão/suporte de reativos.

  > **Estágio 1 do planejamento: determinar uma rede que atenda aos requisitos de geração e demanda de potência ativa utilizando um modelo simplificado (como por exemplo o fluxo de carga linearizado ou c.c., que será visto adiante).**
  >
  > **Estágio 2 do planejamento: avaliar o desempenho em termos de suporte de reativos e do perfil de tensões da rede utilizando um modelo completo (fluxo de carga c.a.).**

- **Algumas vezes não se consegue a convergência no estágio 2 por problemas no fornecimento de reativos.**

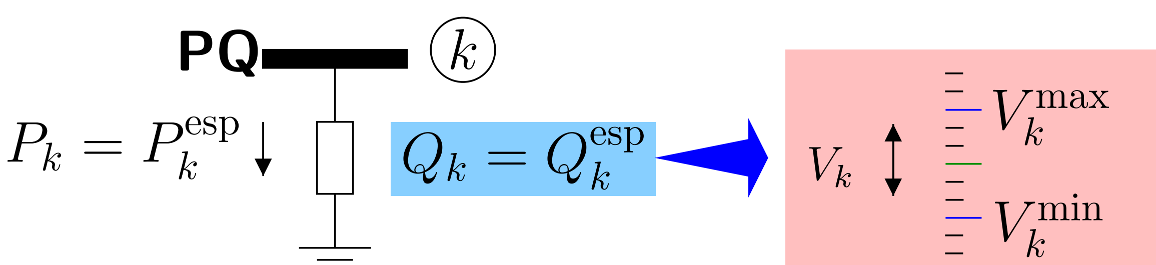
  Através da limitação da tensão das barras PQ (por exemplo $\pm 10\%$ em torno do valor nominal) pode-se:

  - **obter a convergência.**
  - **ter uma indicação dos locais em que existem problemas de suporte de reativos.**

- **Deve-se ter um procedimento de verificação dos limites de tensão nas barras PQ.**

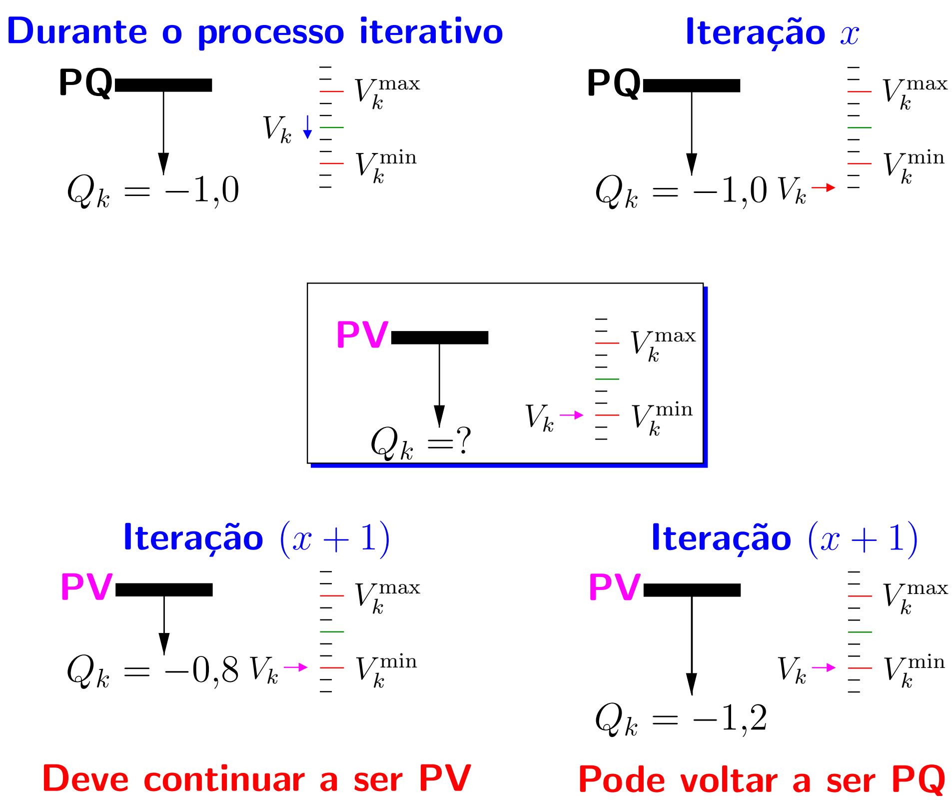
- **Para uma barra k do tipo PQ:**

$$\begin{aligned} Q_k &= Q_k^{\text{esp}} \\ V_k^{\min} \leq V_k^{\text{cal}} &\leq V_k^{\max} \end{aligned}$$



5.5.1 Ajuste alternado

- Considere uma certa barra k do tipo PQ para a qual se realiza o controle de tensão.



- **Descrição de uma situação particular:**
  - **a tensão na barra k é calculada a cada iteração do processo de resolução do subsistema 1.**
  - **ao longo do processo iterativo a magnitude da tensão na barra k cai.**
  - **em uma certa iteração o limite $V_k^{\min}$ é violado ($V_k^{\text{cal}} < V_k^{\min}$).**
  - **neste caso, a barra k é redefinida, passando de PQ para PV. A tensão agora é fixada em $V_k^{\text{esp}} = V_k^{\min}$.**
    A potência reativa para a nova barra PV é liberada (pode variar).
    Deve-se eliminar a equação correspondente a ΔQ_k do conjunto de equações de fluxo de carga.
  - **na iteração seguinte a potência reativa deve aumentar para manter a tensão no valor especificado $\rightarrow$ equivale à ligação de capacitores na barra para fornecer o suporte de reativos necessários.**
  - **nas iterações subseqüentes deve-se verificar a possibilidade da barra k voltar ao seu tipo original (PQ) através da verificação do valor de Q_k^{cal}.**
  - **se $Q_k^{\text{cal}} > Q_k^{\text{esp}}$ a barra k deve continuar como PV, pois é preciso mais potência reativa para manter a tensão no seu valor mínimo.**
  - **se $Q_k^{\text{cal}} \leq Q_k^{\text{esp}}$ a barra k pode voltar a ser PQ, pois há falta de reativos. Voltando a ser PQ, tem-se $Q_k = Q_k^{\text{esp}}$ e a tensão tenderá a aumentar voltando a respeitar a faixa definida.**

- **Raciocínio análogo pode ser feito para o caso em que o limite $V_k^{\max}$ é atingido.**

5.6 Transformadores em fase com controle automático de tap

- **Controle de tap $\rightarrow$ ajuste da magnitude de tensões nodais.**
- **Em geral, a barra de tensão controlada é uma das barras terminais do transformador. Pode ser também uma barra remota.**
- **Considere um transformador conectado entre as barras k e m. Deseja-se controlar a tensão V_m:**

$$V_m = V_m^{\text{esp}}$$

ou

$$V_m^{\text{min}} \leq V_m \leq V_m^{\text{max}}$$

5.6.1 Ajuste alternado

- **O ajuste do tap é dado por:**

$$\Delta a_{km} = \alpha \cdot \Delta V_m$$

em que:

Δa_{km} **correção na posição do tap.**

α **fator de sensibilidade entre a variável de controle e a controlada.**

ΔV_m $= V_m^{\text{esp}} - V_m^{\text{cal}} \rightarrow$ **correção necessária de tensão na barra controlada.**

ou

$= V_m^{\text{lim}} - V_m^{\text{cal}} \rightarrow V_m^{\text{lim}}$ **corresponde ao limite violado (V_m^{min} ou V_m^{max}).**

- Se a barra k for rígida (sua tensão é constante, independentemente da posição do tap) $\rightarrow \alpha \approx 1$.

- Método desacoplado rápido $\rightarrow$ matrizes B' e B'' são constantes.

  Os elementos de B'' dependem do valor do tap.

  Utiliza-se o valor inicial de tap a_{km}^{0} e este valor é mantido durante o processo iterativo $\rightarrow$ matriz continua a mesma.

  Os mismatches levam em conta todos os valores atualizados dos taps $\rightarrow$ é uma garantia de que a mesma solução final será atingida.

5.6.2 Ajuste simultâneo

- É realizado através da modificação das equações do subsistema 1.

- Deseja-se que $V_m^{\text{cal}} = V_m^{\text{esp}} \rightarrow$ transforma-se a barra m do tipo PQ em uma barra do **tipo PQV**, ou seja, são especificados P_m, Q_m **e** V_m.

- A tensão V_m é **substituída** pela posição do tap a_{km} no vetor das variáveis dependentes.

- O problema fica:

$$\begin{bmatrix} \Delta\underline{P} \\ \Delta\underline{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial\underline{\theta}}\underline{P} & \frac{\partial}{\partial\underline{V}}\underline{P} & \frac{\partial}{\partial\underline{a}}\underline{P} \\ \frac{\partial}{\partial\underline{\theta}}\underline{Q} & \frac{\partial}{\partial\underline{V}}\underline{Q} & \frac{\partial}{\partial\underline{a}}\underline{Q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\underline{\theta} \\ \Delta\underline{V} \\ \Delta\underline{a} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \}\ \text{NPQ} + \text{NPV} + \text{NPQV} \\ \}\ \text{NPQ} \\ \}\ \text{NPQV} \end{array}$$

- Considerou-se que todas as barras PQV têm suas tensões reguladas por transformadores (simplificação).

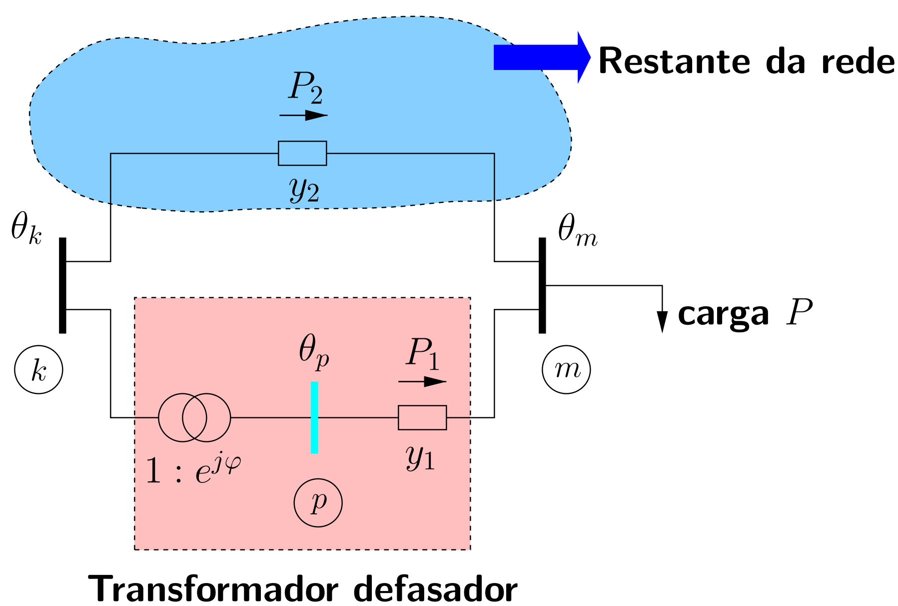
- Os novos elementos da matriz Jacobiana podem ser facilmente obtidos a partir das expressões dos fluxos de potência nos ramos.

5.7 Transformadores defasadores com controle automático de fase

- São utilizados para regular o fluxo de potência ativa nos ramos onde são inseridos.

5.7.1 Princípio de funcionamento (revisão)

- Considere o seguinte circuito:



- **Considere que o fluxo de potência ativa entre duas barras seja proporcional à abertura angular (diferença entre os ângulos de fase) do ramo entre elas:**

$$P_2 = k_2 \cdot \theta_{km} = k_2 \cdot (\theta_k - \theta_m)$$

- **Considere ainda que o fator de proporcionalidade seja igual ao inverso da reatância série do ramo:**

$$P_2 = \frac{1}{x_2} \cdot \theta_{km}$$

A equação acima será obtida adiante, a partir das próprias equações do fluxo de carga, consideradas algumas simplificações. Assim:

$$\theta_{km} = x_2 \cdot P_2$$

- **Da mesma forma:**

$$\begin{aligned} P_1 &= k_1 \cdot \theta_{pm} \\ &= \frac{1}{x_1} \cdot (\theta_p - \theta_m) \\ &= \frac{1}{x_1} \cdot (\theta_k + \varphi_{km} - \theta_m) \\ &= \frac{1}{x_1} \cdot (\theta_{km} + \varphi_{km}) \end{aligned}$$

A abertura angular θ_{km} vale:

$$\theta_{km} = x_1 \cdot P_1 - \varphi_{km}$$

- **Igualando as equações de θ_{km}:**

$$\varphi_{km} - x_1 P_1 + x_2 P_2 = 0$$

- **Aplicando-se a lei das correntes de Kirchhoff na barra m:**

$$P_2 = P - P_1$$

que, substituída na equação anterior resulta em:

$$\varphi_{km} - x_1 P_1 + x_2 \left(P - P_1\right) = 0$$
$$\varphi_{km} - \left(x_1 + x_2\right) P_1 + x_2 P = 0$$

- **Uma alteração no ângulo de defasagem $\Delta\varphi_{km}$ provoca uma alteração no fluxo de potência ΔP_1 pelo transformador defasador. Da equação mostrada anteriormente tem-se:**

$$\left(\varphi_{km} + \Delta\varphi_{km}\right) - \left(x_1 + x_2\right) \cdot \left(P_1 + \Delta P_1\right) + x_2 P = 0$$
$$\underbrace{\varphi_{km} - \left(x_1 + x_2\right) \cdot P_1 + x_2 \cdot P}_{=0} + \Delta\varphi_{km} - \left(x_1 + x_2\right) \cdot \Delta P_1 = 0$$
$$\Delta\varphi_{km} - \left(x_1 + x_2\right) \Delta P_1 = 0$$

Logo:

$$\frac{\Delta\varphi_{km}}{\Delta P_1} = x_1 + x_2 = \alpha$$

ou

$$\Delta P_1 = \frac{\Delta\varphi_{km}}{\alpha} = \frac{\Delta\varphi_{km}}{(x_1 + x_2)}$$

- **Interpretação:**
  - **Se $x_2 \ll x_1$ (restante da rede forte):**

$$\Delta P_1 \approx \frac{\Delta\varphi_{km}}{x_1}$$

  - **Se $x_2 \gg x_1$ (restante da rede fraco):**

$$\Delta P_1 \approx \frac{\Delta\varphi_{km}}{x_2}$$

  - **Para um certo valor de $\Delta\varphi_{km}$:**
    - **a variação de fluxo ΔP_1 dependerá dos valores de x_1 e x_2.**
    - **uma maior variação de fluxo ΔP_1 é obtida se o restante da rede for forte.**

5.7.2 Ajuste alternado

- **Após uma iteração de fluxo de carga, calcula-se o fluxo de potência ativa pelo transformador P_{km}^{cal}.**

  Compara-se o fluxo calculado com o desejado (especificado), obtendo-se o erro:

$$\Delta P_{km} = P_{km}^{\text{esp}} - P_{km}^{\text{cal}}$$

- **Altera-se a posição do tap do transformador de:**

$$\Delta \varphi_{km} = \alpha \cdot \Delta P_{km}$$

  em que α é um fator de sensibilidade.

5.7.3 Ajuste simultâneo

- **Consiste em alterar o conjunto de equações do subsistema 1.**
- **A equação:**

$$\Delta P_D = P_{km}^{\text{esp}} - P_{km}^{\text{cal}}$$

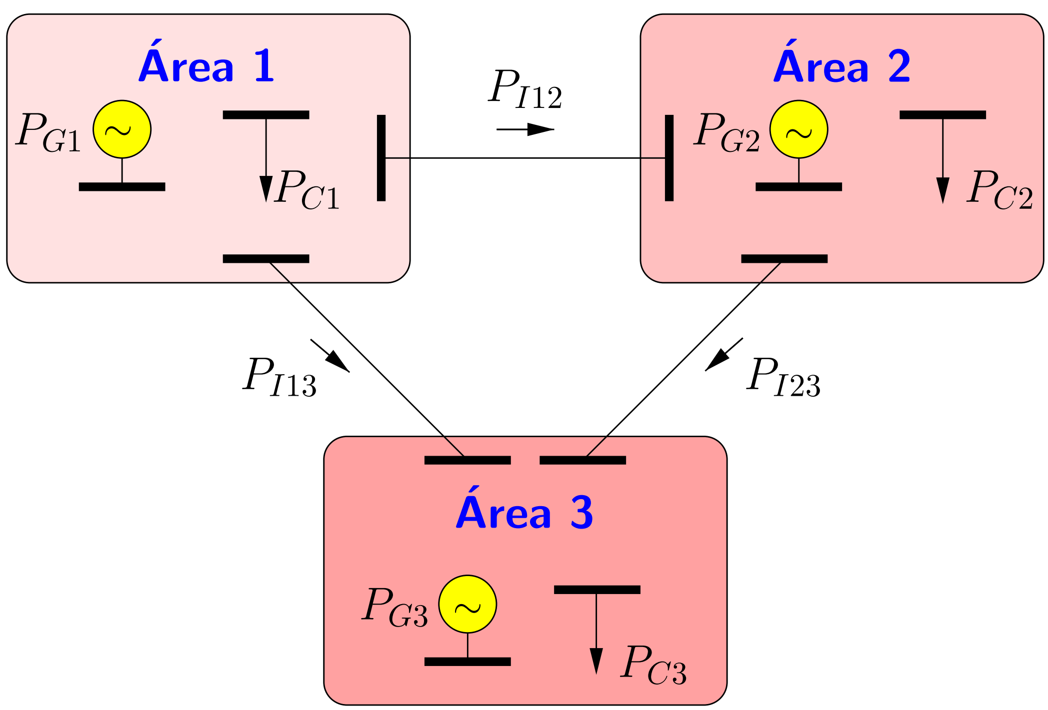
  é incluída no conjunto de equações de fluxo de carga.

▶ φ_{km} **é incluído no vetor de variáveis dependentes e** ΔP_D **é incluído no vetor de mismatches:**

$$\begin{array}{c} \\ \\ \text{ND} \end{array}\begin{bmatrix} \Delta \underline{P} \\ \Delta \underline{Q} \\ \Delta \underline{P}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}}\underline{P} & \frac{\partial}{\partial \underline{V}}\underline{P} & \frac{\partial}{\partial \underline{\varphi}}\underline{P} \\ \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}}\underline{Q} & \frac{\partial}{\partial \underline{V}}\underline{Q} & \frac{\partial}{\partial \underline{\varphi}}\underline{Q} \\ \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}}\underline{P}_D & \frac{\partial}{\partial \underline{V}}\underline{P}_D & \frac{\partial}{\partial \underline{\varphi}}\underline{P}_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{V} \\ \Delta \underline{\varphi} \end{bmatrix}\begin{array}{c} \\ \\ \text{ND} \end{array}$$

5.8 Controle de intercâmbio entre áreas

▶ **Considere a rede elétrica composta por três áreas mostrada a seguir.**



- **As gerações e demandas nas respectivas áreas (por exemplo P_{G1} e P_{C1}) não são necessariamente iguais.**

- **A geração total deve ser igual à demanda total:**

$$\sum_{j=1}^{3} P_{Gj} = \sum_{j=1}^{3} P_{Cj}$$

- **Intercâmbio líquido de potência: soma algébrica dos fluxos nos ramos que interligam uma área com as outras:**

$$\begin{aligned} P_{I1} &= P_{I12} + P_{I13} \\ P_{I2} &= P_{I23} - P_{I12} \\ P_{I3} &= -P_{I13} - P_{I23} \end{aligned}$$

- **Para um sistema interligado composto por NA áreas, são controlados os fluxos de intercâmbio de $(\text{NA} - 1)$ áreas.**

  O fluxo de intercâmbio da área restante fica automaticamente definido (leis das correntes de Kirchhoff).

5.8.1 Ajuste alternado

- **Considere que exista um valor de intercâmbio líquido especificado de acordo com algum critério $\rightarrow$ por exemplo, P_{I1}^{esp}.**

- **Após cada iteração de fluxo de carga calcula-se o intercâmbio líquido de potência de cada área e o respectivo erro de intercâmbio.**

  Para a área 1:

$$\begin{aligned} \Delta P_{I1} &= P_{I1}^{\text{esp}} - P_{I1}^{\text{cal}} \\ &= P_{I1}^{\text{esp}} - (P_{I12} + P_{I13}) \end{aligned}$$

- **O erro de intercâmbio é compensado através de um ajuste de geração na área. Para a área 1:**

$$\Delta P_{G1} = \alpha \cdot \Delta P_{I1}$$

- **Em geral considera-se $\alpha = 1$ e:**

$$\Delta P_{G1} = \Delta P_{I1}$$

- **ΔP_{G1} é distribuído entre os geradores da área 1 de acordo com algum critério prestabelecido. Em geral é atribuído a um só gerador $\rightarrow$ o gerador da barra slack da área 1.**

- **A barra slack da área 1 passa a ser classificada como sendo do tipo PV na próxima iteração, com valor de potência ativa especificada igual à potência especificada anteriormente acrescida de ΔP_{G1}.**

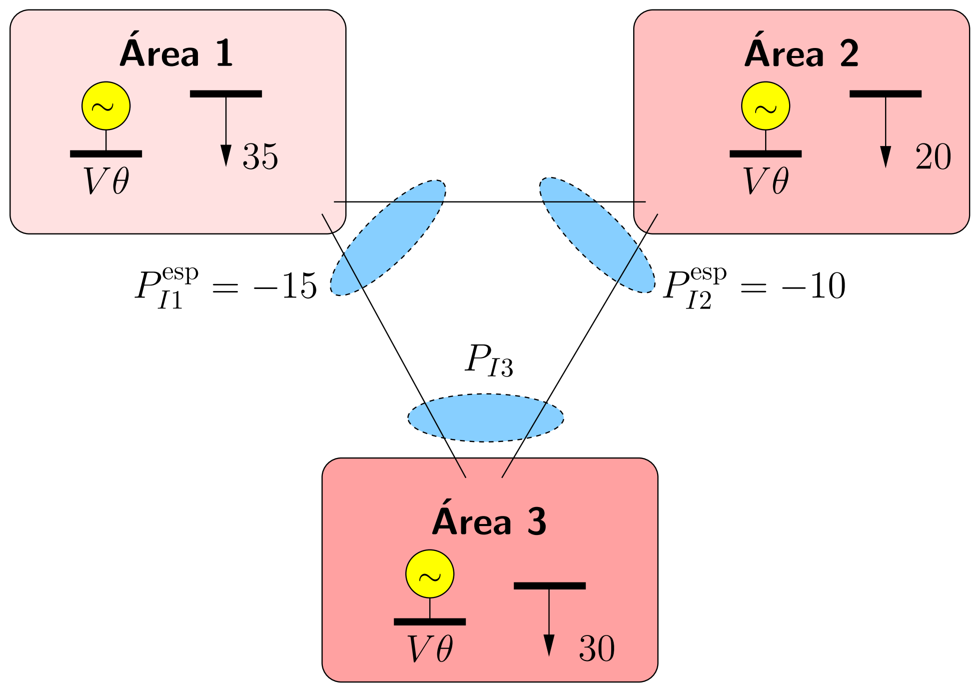
  O raciocínio para a área 2 é análogo.

- **A barra slack da área 3 não muda seu tipo.**

  Passa a ser a barra slack (tipo $V\theta$) e fornecer a referência angular para todo o sistema.

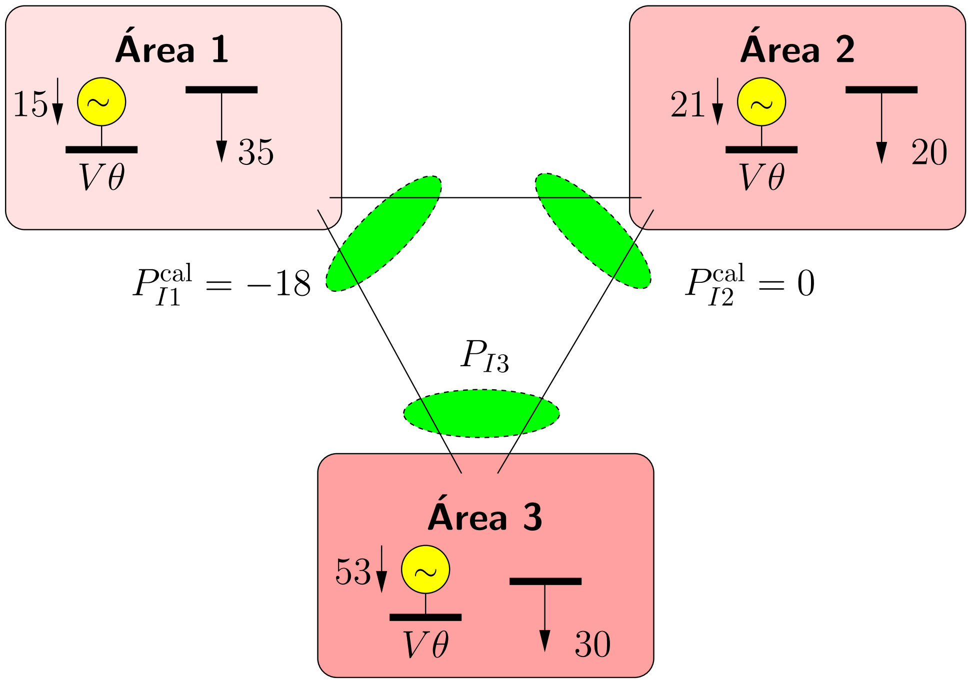
■ Exemplo

Considere o sistema interligado composto por três áreas. Os intercâmbios líquidos de potência são mostrados a seguir.



- **as potências são dadas em MW.**
- **são controlados os fluxos de intercâmbio das áreas 1 e 2.**
- **as unidades geradoras da área 3 são responsáveis pelo balanço de potência do sistema.**

Após uma certa iteração:



Erros de intercâmbio:

$$\begin{aligned}\Delta P_{I1} &= P_{I1}^{\mathrm{esp}} - P_{I1}^{\mathrm{cal}} \\ &= (-15) - (-18) = 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P_{I2} &= P_{I2}^{\mathrm{esp}} - P_{I2}^{\mathrm{cal}} \\ &= (-10) - (0) = -10\end{aligned}$$

Ajustes de geração:

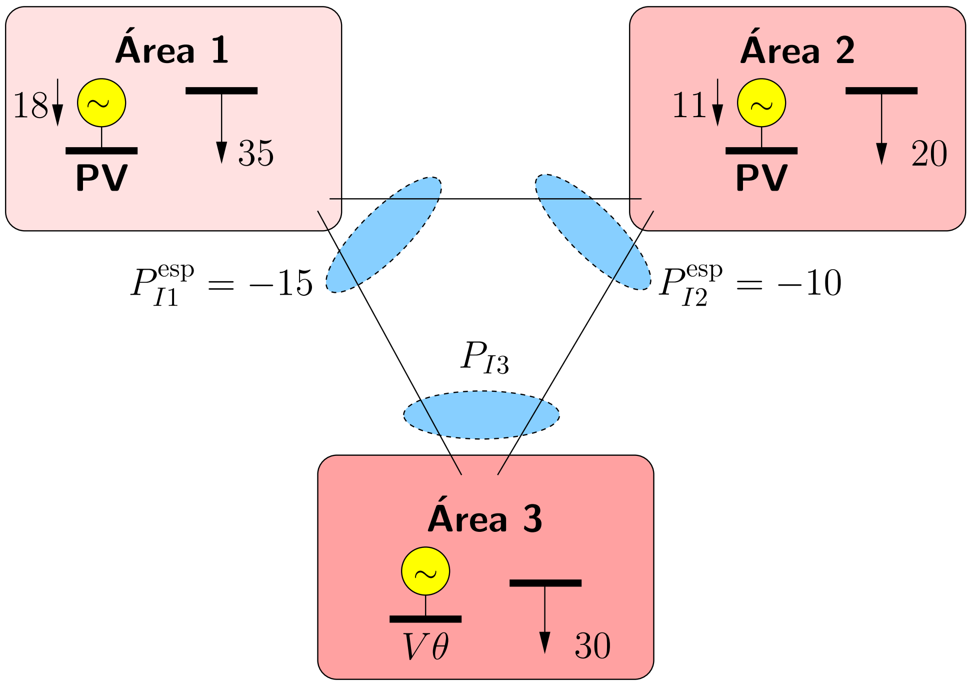
$$\begin{aligned}P_{G1}^{\mathrm{novo}} &= P_{G1}^{\mathrm{velho}} + \Delta P_{G1} \\ &= P_{G1}^{\mathrm{velho}} + \Delta P_{I1} \\ &= (15) + (3) = 18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{G2}^{\mathrm{novo}} &= P_{G2}^{\mathrm{velho}} + \Delta P_{G2} \\ &= P_{G2}^{\mathrm{velho}} + \Delta P_{I2} \\ &= (21) + (-10) = 11\end{aligned}$$

As barras slack das áreas 1 e 2 são transformadas em PV e seus valores especificados de injeção de potência ativa são P_{G1}^{novo} e P_{G2}^{novo}, respectivamente.

A barra slack da área 3 passa a ser a barra slack de todo o sistema.

A nova configuração do sistema interligado para a iteração seguinte é:



■

5.8.2 Ajuste simultâneo

▶ **É possível incorporar o controle de intercâmbio diretamente nas equações de fluxo de carga:**

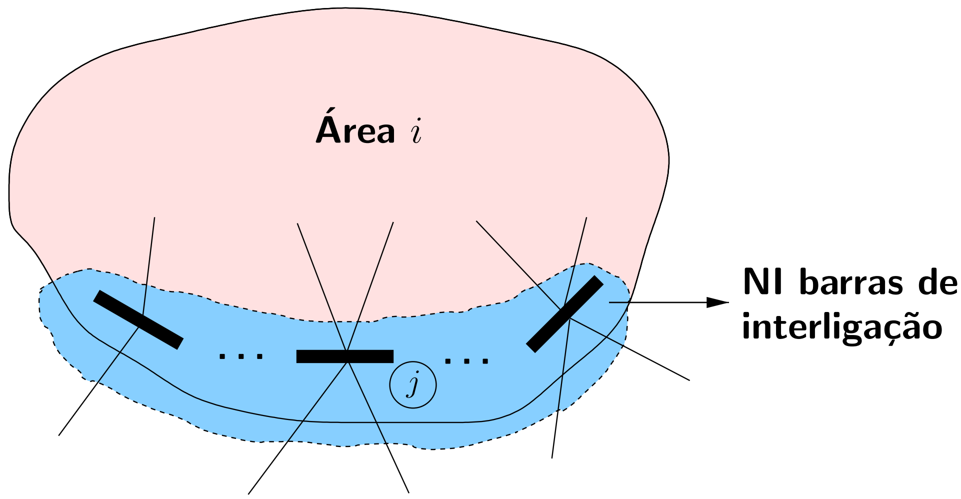
- **as barras de folga de todas as áreas menos uma são classificadas como sendo do tipo V (somente a magnitude de tensão é especificada).**

  Tem-se então NV $=$ NA $-\ 1$ barras do tipo V.

- **as equações de erro de intercâmbio de todas as áreas menos uma são acrescentadas ao conjunto de equações do subsistema 1:**

$$P_{Ii}^{\text{esp}} - P_{Ii}^{\text{cal}} = 0 \qquad i = 1, \ldots, \textbf{NV}$$

- **a expressão de P_{Ii}^{cal} é dada pela soma dos fluxos das linhas conectadas às barras de interligação. Para uma certa área i:**

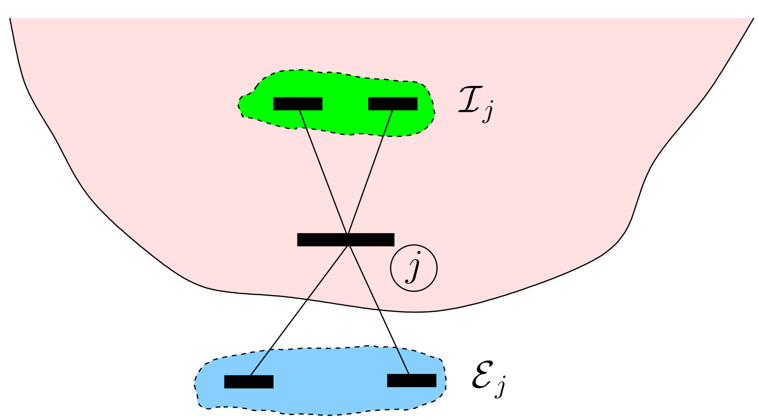


As barras de interligação são conectadas a barras da própria área i e a barras de outras áreas.

- **para uma certa barra de interligação j define-se:**

$\mathcal{I}_j$ $\rightarrow$ **conjunto das barras vizinhas da barra j que pertencem à área i**

$\mathcal{E}_j$ $\rightarrow$ **conjunto das barras vizinhas da barra j que pertencem a outras áreas**



Logo:

$$\Omega_j = \mathcal{I}_j \bigcup \mathcal{E}_j$$

Realizando o balanço de potências para a barra j:

$$\begin{aligned} P_j = P_{Gj} - P_{Cj} &= \sum_{m \in \Omega_j} P_{jm} \\ &= \sum_{m \in \mathcal{I}_j} P_{jm} + \sum_{m \in \mathcal{E}_j} P_{jm} \\ &= \sum_{m \in \mathcal{I}_j} P_{jm} + P_I^j \end{aligned}$$

O intercâmbio líquido de potência para a barra de interligação j é:

$$P_I^j = (P_{Gj} - P_{Cj}) - \sum_{m \in \mathcal{I}_j} P_{jm}$$

O intercâmbio líquido de potência para a área i será igual à soma dos intercâmbios P_I^j das barras de interligação j:

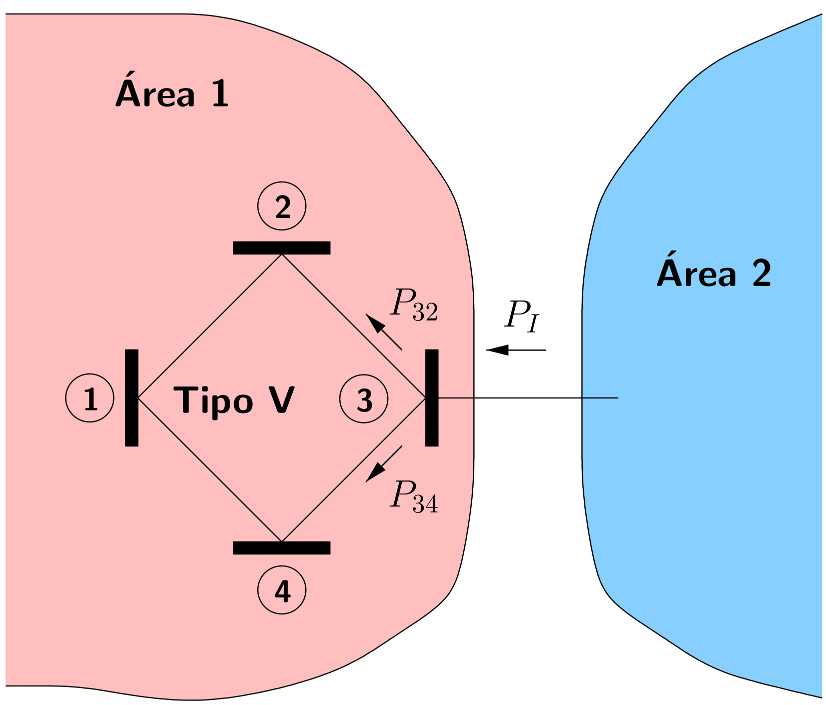
$$P_{Ii}^{\text{calc}} = \sum_{j=1}^{\text{NI}} \left[(P_{Gj} - P_{Cj}) - \sum_{m \in \mathcal{I}_j} P_{jm} \right]$$

- acrescenta-se o ângulo das tensões das barras tipo V no vetor das variáveis dependentes, resultando:

$$
\begin{bmatrix} \Delta \underline{P} \\ \Delta \underline{Q} \\ \Delta \underline{P}_I \end{bmatrix}
\begin{matrix} \\ \\ \textbf{NV}\left\{ \right. \end{matrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \underline{P} & \frac{\partial}{\partial \underline{V}} \underline{P} & \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}_I} \underline{P} \\
\frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \underline{Q} & \frac{\partial}{\partial \underline{V}} \underline{Q} & \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}_I} \underline{Q} \\
\frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \underline{P}_I & \frac{\partial}{\partial \underline{V}} \underline{P}_I & \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}_I} \underline{P}_I
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{V} \\ \Delta \underline{\theta}_I \end{bmatrix}
\begin{matrix} \\ \\ \left. \right\} \textbf{NV} = \textbf{NA} - 1 \end{matrix}
$$

Exemplo

Considere o sistema interligado composto por duas áreas e uma linha de interligação mostrado a seguir.



Neste caso tem-se:

$$\textbf{NA} = 2$$
$$\textbf{NV} = \textbf{NA} - 1 = 1$$

O controle de intercâmbio é realizado pela área 1. A injeção de potência de intercâmbio é calculada por:

$$\begin{aligned} P_I^{\text{cal}} &= (P_{G3} - P_{C3}) - (P_{32} + P_{34}) \\ &= -(P_{32} + P_{34}) \qquad \textbf{(considerando } P_{G3} = P_{C3} = 0 \textbf{ para simplificar)} \end{aligned}$$

A barra 1 é transformada em barra do tipo V e, em consequência, o ângulo de fase θ_1 passa a fazer parte do vetor das variáveis de estado da rede. Para este exemplo tem-se:

$$\Delta \underline{P}_I = \Delta P_I$$
$$\Delta \underline{\theta}_I = \Delta \theta_1$$

e a seguinte equação é acrescentada ao sistema de equações de fluxo de carga:

$$P_I^{\text{esp}} - P_I^{\text{cal}}(V_2, \theta_2, V_3, \theta_3, V_4, \theta_4) = 0$$

A submatriz $\partial \underline{P}_I / \partial \underline{\theta}_I$ é na verdade um escalar e vale:

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\theta}_I} \underline{P}_I = \frac{\partial}{\partial \theta_1} P_I = 0$$

■

Problema: podem aparecer zeros na diagonal principal da matriz $\partial \underline{P}_I / \partial \underline{\theta}_I$ quando a barra slack não estiver conectada à barra de interligação.

Dependendo do método utilizado para a obtenção da inversa da matriz Jacobiana, cuidados especiais devem ser tomados para que ela seja calculada corretamente.

Soluções que podem ser adotadas:

- **deixar as linhas e colunas correspondentes ao controle de intercâmbio nas últimas posições**
- **outros esquemas especiais de numeração das equações**

■ Exemplo

Considere o sistema de equações mostrado a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} & & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 5 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & = & 7 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & 7x_3 & = & 11 \end{array} \right.$$

O sistema pode ser colocado na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 11 \end{bmatrix}$$

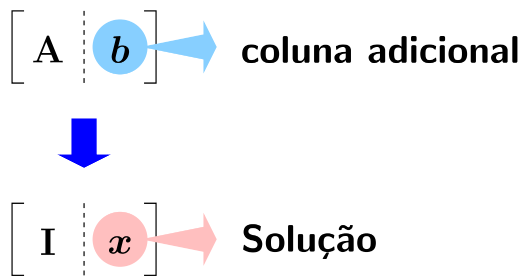
$$\Downarrow$$

$$A \cdot x = b$$

A solução deste sistema de equações é obtida através de:

$$
\begin{aligned}
x &= A^{-1} \cdot b \\
&= \begin{bmatrix} -0{,}5192 & 0{,}2115 & 0{,}1923 \\ 0{,}2115 & 0{,}1731 & -0{,}1154 \\ 0{,}1923 & -0{,}1154 & 0{,}0769 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Uma forma de se resolver o problema é através da eliminação de Gauss, que consiste em partir de uma matriz aumentada contendo A e b e obter uma nova matriz aumentada que conterá a solução x:



em que I é a matriz identidade. Para a obtenção de I a partir de A deve-se realizar operações (combinações lineares) entre as linhas de A, de forma a:

(1) tornar todos os elementos do triângulo inferior de A iguais a 0;

(2) tornar todos os elementos da diagonal de A iguais a 1;

(3) tornar todos os elementos do triângulo superior de A iguais a 0.

Ao mesmo tempo o vetor solução x será obtido a partir do vetor independente b.

Para a matriz do exemplo, o problema aparece já no passo (1). A matriz aumentada inicial é:

$$
\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 7 & 11 \end{array}\right]
$$

No passo 1, as posições $(2{,}1)$, $(3{,}1)$ e $(3{,}2)$ devem ser zeradas. No caso da posição $(2{,}1)$ a seguinte operação deveria ser realizada:

$$\textbf{[linha 2]} = \textbf{[linha 1]} \cdot \textbf{fator} + \textbf{[linha 2]}$$

Para zerar o elemento $(2{,}1)$:

$$\textbf{fator} = -\frac{A_{2,1}}{A_{1,1}}$$

É impossível realizar essa operação pois $A_{1,1} = 0$. O mesmo vale para o elemento $(3{,}1)$.

Considere então as equações originais escritas de outra forma:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & = & 7 \\ & & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 5 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & 7x_3 & = & 11 \end{array}\right.$$

A matriz aumentada é:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 7 & 11 \end{array}\right]$$

Passo 1:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 7 & 11 \end{array}\right]$$

[linha 3] $\leftarrow$ **[linha 1]** $\times (-3/2) +$ **[linha 3]**

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & -5 & 11/2 & 1/2 \end{array}\right]$$

[linha 3] $\leftarrow$ **[linha 2]** $\times (5/2) +$ **[linha 3]**

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 13 & 13 \end{array}\right]$$

Triângulo inferior zerado

Passo 2:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 13 & 13 \end{array}\right]$$

[linha 1] $\leftarrow$ **[linha 1]** $\times (1/2)$
[linha 2] $\leftarrow$ **[linha 2]** $\times (1/2)$
[linha 3] $\leftarrow$ **[linha 3]** $\times (1/13)$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 3/2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Elementos da diagonal iguais a 1

Passo 3:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 3/2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \qquad \textbf{[linha 2]} \leftarrow \textbf{[linha 3]} \times (-3/2) + \textbf{[linha 2]}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \qquad \textbf{[linha 1]} \leftarrow \textbf{[linha 3]} \times (-1/2) + \textbf{[linha 1]}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \qquad \textbf{[linha 1]} \leftarrow \textbf{[linha 2]} \times (-2) + \textbf{[linha 1]}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \qquad \boxed{\textbf{Triângulo superior zerado}}$$

Finalmente obtém-se a matriz aumentada $[\ \mathbf{I} \mid x\ ]$ **e a solução do problema:**

$$x^T = \left[\ 1 \quad 1 \quad 1\ \right]$$

Exercício: **Verificar que também é possível obter uma solução via eliminação de Gauss para o problema se este for definido como (zero na posição** $(3{,}3)$ **da matriz):**

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 7x_3 & + & x_2 & + & 3x_1 & = & 11 \\ x_3 & + & 4x_2 & + & 2x_1 & = & 7 \\ 3x_3 & + & 2x_2 & & & = & 5 \end{array}\right.$$

5.9 Controle de tensão em barras remotas

- A barra remota é em geral uma barra de carga (tipo PQ).
- Este controle é realizado utilizando:
  - transformadores em fase

    Tudo funciona como mostrado anteriormente (seção 5.6)
    A diferença é que barra controlada não é mais a barra terminal do transformador
  - injeção de reativos

    A barra de controle em geral é uma barra de geração (tipo PV).

5.9.1 Ajuste alternado

- A tensão da barra de controle k é ajustada entre iterações a fim de eliminar o erro de tensão na barra controlada i:

$$\Delta V_k = \alpha \cdot \Delta V_i$$

5.9.2 Ajuste simultâneo

- **A barra de controle (originalmente do tipo PV) passa a ser classificada como tipo P $\rightarrow$ contribui com uma equação para P e sua magnitude de tensão passa a ser uma incógnita.**

- **A barra controlada (originalmente do tipo PQ) passa a ser classificada como tipo PQV $\rightarrow$ contribui com duas equações para P e Q e sua magnitude de tensão deixa de ser uma incógnita.**

- **O número de incógnitas permanece inalterado, assim como o número de equações.**

- **A formulação do fluxo de carga fica:**

$$\begin{bmatrix} \Delta \underline{P} \\ \Delta \underline{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \underline{P} & \frac{\partial}{\partial \underline{V}} \underline{P} \\ \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \underline{Q} & \frac{\partial}{\partial \underline{V}} \underline{Q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{\theta} \\ \Delta \underline{V} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \left.\right\} \textbf{NPQ} + \textbf{NPV} + \textbf{NPQV} + \textbf{NP} \\ \left.\right\} \textbf{NPQ} + \textbf{NP} \end{array}$$

- **NP é o número de barras de controle e NPQV é o número de barras controladas. Observar que NP = NPQV**