
Capítulo 7

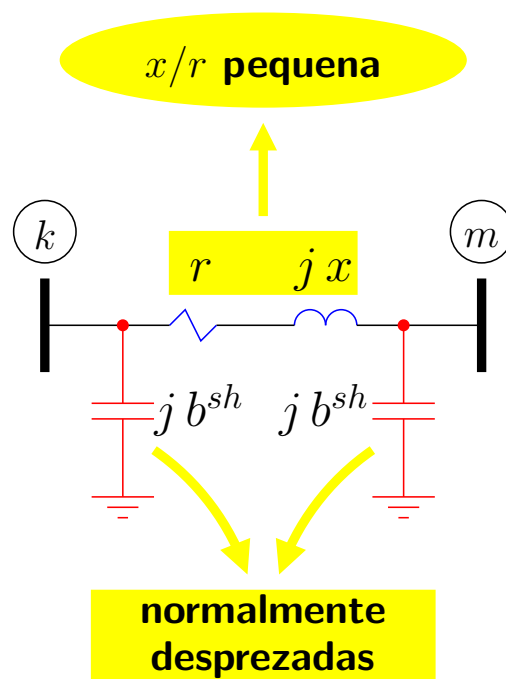
Fluxo de carga para redes de distribuição

7.1 Introdução

- ▶ O desempenho dos métodos de fluxo de carga desenvolvidos para redes de transmissão em geral piora quando utilizados para análise de redes de distribuição.

Este fato é mais evidente para o caso do método desacoplado rápido.

- ▶ Modelo de uma linha de distribuição:



- ▶ A relação X/R dos ramos de redes de distribuição é pequena, levando a uma deterioração da dominância diagonal das matrizes de rede.

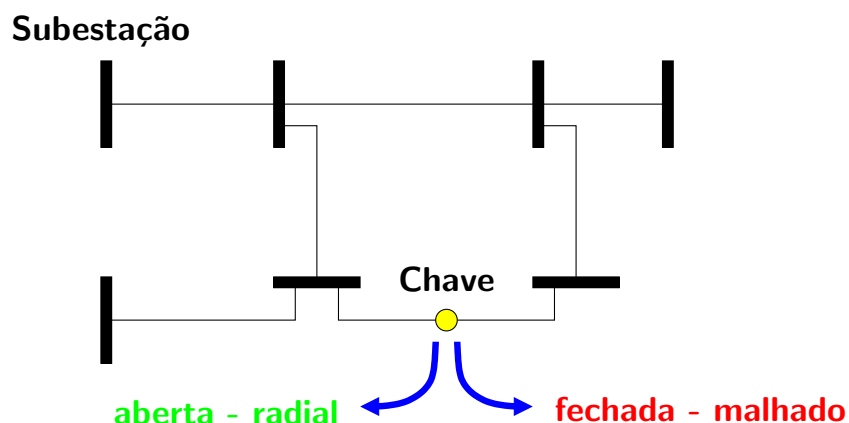
CABOS UTILIZADOS NAS REDES
PRIMÁRIAS DE DISTRIBUIÇÃO

Tipo	Bitola	X/R
Cobre	4 AWG a 250 MCM	0,52 a 2,56
ACSR	2 AWG a 266,8 MCM	0,50 a 1,67
AAC	2 AWG a 266,8 MCM	0,48 a 1,73

- ▶ Existem duas linhas básicas de pesquisa no desenvolvimento de métodos eficientes de cálculo de fluxo de carga para redes de distribuição:
 - Modificações do método de **Newton** (e de suas versões)
 - **Back-forward sweep**
- ▶ A grande maioria dos métodos exploram o fato de que as redes de distribuição operam de forma radial.

Alguns admitem a existência de algumas poucas malhas (weakly meshed systems).

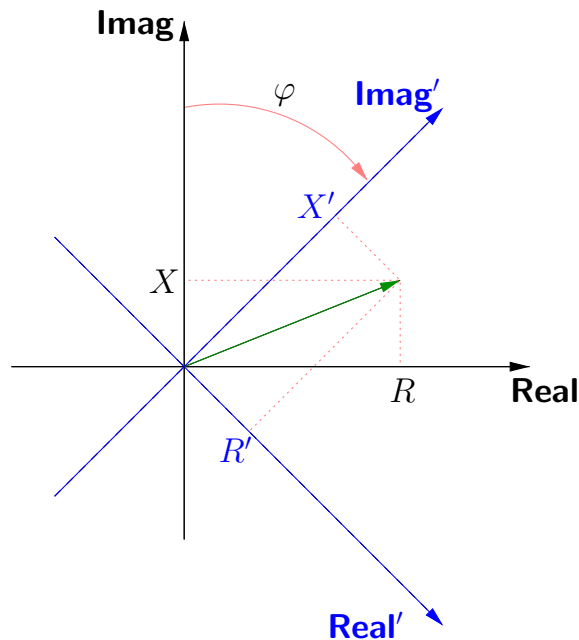
Outros não dependem da topologia.



7.2 Alguns métodos propostos

7.2.1 Método da rotação de eixos

- ▶ É uma versão modificada do método desacoplado rápido (MDR).
- ▶ Consiste em mudar temporariamente o sistema de referência complexo através da rotação dos eixos real e imaginário, de modo que as impedâncias representadas no novo sistema de coordenadas passem a ter relação X/R favorável ao desempenho do MDR.



- ▶ A impedância $Z = R + jX$ de um ramo é representada no novo sistema de coordenadas como:

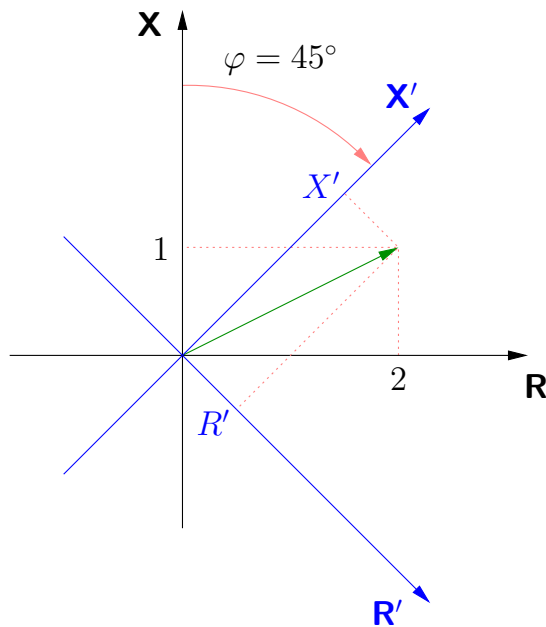
$$Z' = R' + jX' = Z \cdot e^{j\varphi}$$



$$\begin{aligned} R' &= R \cdot \cos \varphi - X \cdot \sin \varphi \\ X' &= R \cdot \sin \varphi + X \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

■ Exemplo

Uma linha de distribuição é representada pela impedância $Z = 2,0 + j 1,0 \Omega$.
Obtenha a impedância da linha no novo sistema de coordenadas com rotação de $\varphi = 45^\circ$.



A relação X/R do ramo é:

$$X/R = \frac{1,0}{2,0} = 0,5$$

A impedância no novo sistema de coordenadas vale:

$$R' = 2,0 \cdot \cos 45^\circ - 1,0 \cdot \sin 45^\circ = 0,7071$$
$$X' = 2,0 \cdot \sin 45^\circ + 1,0 \cdot \cos 45^\circ = 2,1213$$



$$Z' = 0,7071 + j2,1213 \Omega$$

e a nova relação X/R do ramo é:

$$X'/R' = \frac{2,1213}{0,7071} = 3,0$$



-
- ▶ A aplicação da rotação de eixos a todas as impedâncias resulta em uma nova rede.

Para a obtenção do mesmo estado final (tensões), deve-se aplicar a rotação de eixos também às potências nodais.

Para a rede original tem-se:

$$S = E \cdot I^* = E \cdot \left(\frac{E}{Z} \right)^* = \frac{V^2}{Z^*}$$

Para a rede modificada, impondo-se a condição que o estado de operação da rede seja o mesmo:

$$S' = \frac{V^2}{Z'^*} = \frac{V^2}{(Z \cdot e^{j\varphi})^*} = \frac{V^2}{Z^* \cdot e^{-j\varphi}} = S \cdot e^{j\varphi}$$

- ▶ Após a convergência do processo iterativo, deve-se aplicar a rotação em sentido inverso para o cálculo das demais grandezas de interesse (p.ex. fluxos de potências pelos ramos).
- ▶ O valor de φ deve ser escolhido para cada rede em estudo.
- ▶ O método não depende da topologia da rede (radial/malhado).
- ▶ Existem propostas de obtenção de valores ótimos para φ .

7.2.2 Método de Rajičić-Bose

- ▶ Também é uma versão modificada do método desacoplado rápido.
- ▶ O problema fica:

$$\begin{aligned}\Delta P &= B' \cdot \Delta \theta \\ \Delta P + \Delta Q &= B'' \cdot \Delta V\end{aligned}$$

em que:

$$\begin{cases} B'_{ij} = -B_{ij} - 0,4 \cdot G_{ij} - 0,3 \cdot \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}} \\ B'_{ii} = -\sum_j B'_{ij} \end{cases}$$

$$\begin{cases} B''_{ij} = G_{ij} - B_{ij} \\ B''_{ii} = G_{ii} - B_{ii} \end{cases}$$

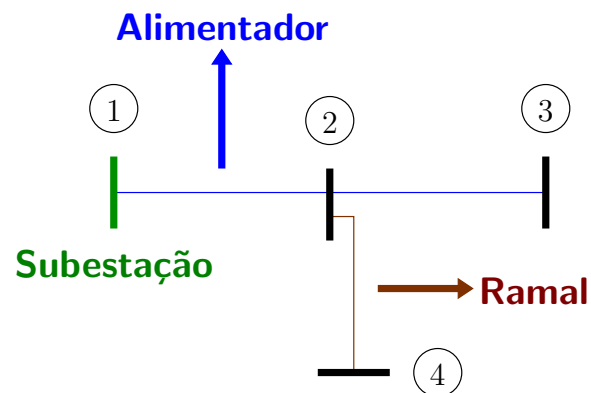
- ▶ Os elementos das matrizes B' e B'' foram determinados a partir da análise de sistemas com pequena relação X/R .

Os coeficientes 0,4 e 0,3 foram determinados experimentalmente.

- ▶ O método não depende da topologia da rede (radial/malhado).

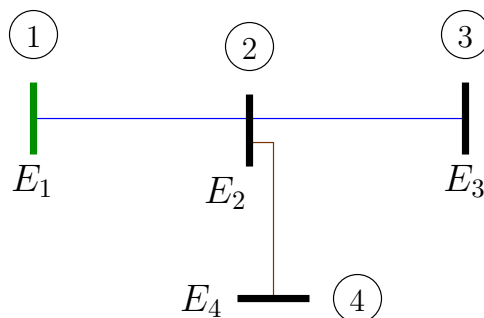
7.2.3 Métodos baseados em Back-forward sweep

- ▶ Existem vários métodos baseados em Back-forward sweep propostos na literatura.
- ▶ Considere a rede de distribuição com 4 barras e 3 ramos mostrada a seguir.



- ▶ Um procedimento de resolução do problema de fluxo de carga utilizando um método baseado em Back-forward sweep é:

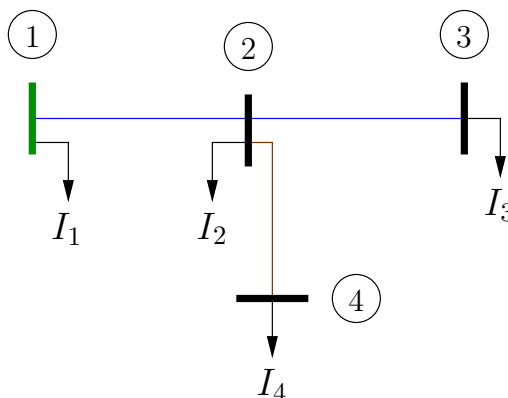
(1) Arbitrar tensões nodais E_k , $k = 1, \dots, 4$ (por exemplo $E_k = 1\angle 0$ pu)



(2) Calcular as correntes nodais:

$$I_k = \left(\frac{S_k}{E_k} \right)^* - Y_k^{sh} \cdot E_k \quad k = 1, \dots, 4$$

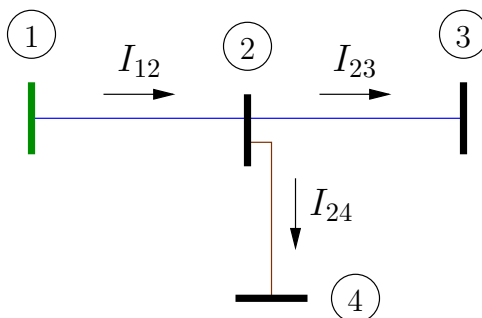
em que Y_k^{sh} corresponde à admitância do elemento shunt conectado à barra k .



(3) **Back sweep:** Começando pelos ramos terminais e caminhando em direção à subestação, calcular as correntes nos ramos que conectam os nós k e m :

$$I_{km} = I_m + \sum_{j \in F_m} I_{mj}$$

em que F_m é o conjunto das barras alimentadas pela barra m .



Neste caso:

$$I_{24} = I_4$$

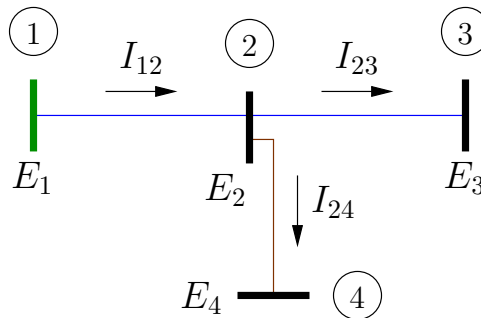
$$I_{23} = I_3$$

$$I_{12} = I_2 + I_{23} + I_{24}$$

(4) **Forward sweep:** atualizar as tensões nodais começando pela subestação em direção às barras terminais. Para uma certa barra m :

$$V_m = V_k - Z_{km} \cdot I_{km}$$

em que a barra k é a outra barra terminal do ramo km , que alimenta a barra m .



No caso do exemplo:

$$E_2 = E_1 - Z_{12} \cdot I_{12}$$

$$E_3 = E_2 - Z_{23} \cdot I_{23}$$

$$E_4 = E_2 - Z_{24} \cdot I_{24}$$

(5) Teste de convergência:

$$\begin{cases} \max \{ \Delta V_k, k = 1, \dots, 4 \} \leq \text{tolerância} \Rightarrow \text{A solução foi obtida} \Rightarrow \text{Fim} \\ \max \{ \Delta V_k, k = 1, \dots, 4 \} > \text{tolerância} \Rightarrow \text{Voltar ao passo (2)} \end{cases}$$

- ▶ Este método é específico para redes radiais.
- ▶ Algumas modificações no método foram propostas para os casos de redes malhadas.

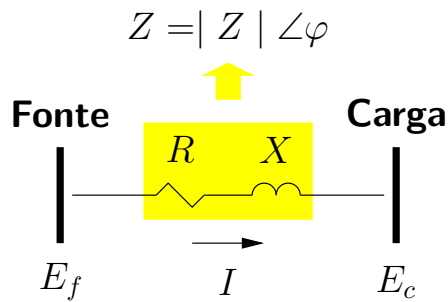
Por exemplo, elas podem ser aproximadas por redes radiais através da abertura dos ramos que fecham as malhas. Os fluxos dos ramos que forem abertos são representados por injeções de compensação que são atualizadas a cada iteração.

- ▶ Nos métodos baseados em back-forward sweep o esquema de numeração das barras e ramos é muito importante e influencia a eficiência global do método.
- ▶ Há propostas específicas para a inclusão de reguladores de tensão, geradores independentes, etc.

7.2.4 Método dos momentos

- ▶ É um método clássico de cálculo simplificado de quedas de tensão em ramos.
- ▶ Pode ser utilizado nos métodos baseados em back-forward sweep para simplificar os cálculos.

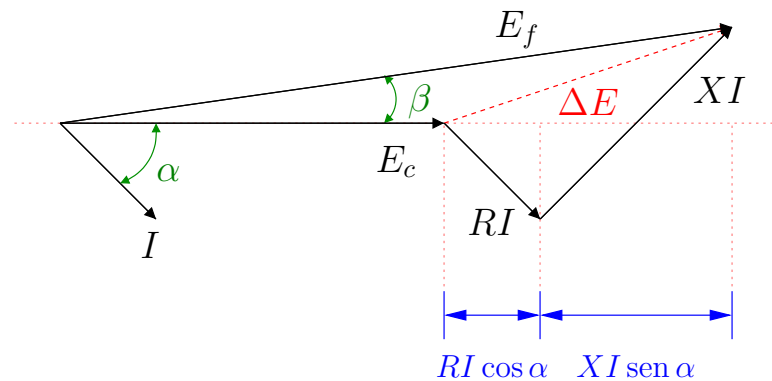
► Considere o diagrama unifilar simplificado de uma linha de distribuição:



Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff ao circuito tem-se:

$$E_f = E_c + \Delta E = E_c + Z I = E_c + (R + j X) I$$

e o diagrama fasorial é:



Define-se os fasores:

$$E_c = V_c \angle 0 \quad (\text{referência angular})$$

$$E_f = V_f \angle \beta$$

$$I = I \angle -\alpha$$

$$\Delta E = \Delta V \angle (\varphi - \alpha)$$

Retomando a equação do circuito:

$$\begin{aligned}E_f &= E_c + Z I \\E_f - E_c &= (R + j X) I \angle -\alpha \\ \Delta E &= (R + j X) I (\cos \alpha - j \operatorname{sen} \alpha) \\ \Delta E &= I (R \cos \alpha + X \operatorname{sen} \alpha) - j I (R \operatorname{sen} \alpha - X \cos \alpha)\end{aligned}$$

Como o ângulo β em geral é pequeno para redes de distribuição, pode-se obter a queda de tensão aproximada no ramo por:

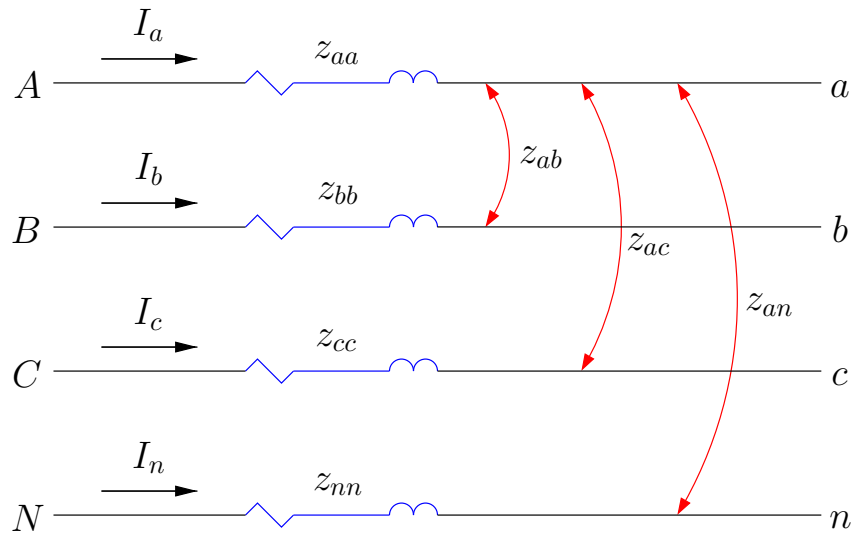
$$\Delta V \approx \Re\{\Delta E\} = I (R \cos \alpha + X \operatorname{sen} \alpha)$$

- ▶ Este método é específico para redes radiais.

7.3 Fluxo de carga trifásico

- ▶ Para certas redes os desbalanceamentos entre as fases são significativos, sendo necessária a resolução de um problema de cálculo de fluxo de carga **trifásico**.
- ▶ Neste caso a modelagem adequada dos ramos é fundamental.

Considere um ramo de uma rede de distribuição composto por três fases e um condutor neutro:



em que:

z_{ii} impedância própria do condutor da fase i

z_{ij} impedância mútua entre os condutores das fases i e j

Utilizando a metodologia clássica de Carson¹ obtém-se:

$$\begin{cases} z_{ii} = r_i + 0,0953 + j 0,12134 \cdot \left[\ln \left(\frac{1}{\mathbf{GMR}_i} \right) + 7,934 \right] \Omega/\text{mi} \\ z_{ij} = 0,0953 + j 0,12134 \cdot \left[\ln \left(\frac{1}{D_{ij}} \right) + 7,934 \right] \Omega/\text{mi} \end{cases}$$

em que:

r_i resistência do condutor i [Ω/milha]

\mathbf{GMR}_i raio médio geométrico do condutor i [pés]

D_{ij} espaçamento entre os condutores i e j [pés]

¹John R. Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return," *Bell Systems Tech. J.*, 5 (1926): 539-554.

Define-se a **matriz impedância primitiva**:

$$\mathbf{Z}_{\text{prim}} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{an} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} & z_{bn} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} & z_{cn} \\ z_{na} & z_{nb} & z_{nc} & z_{nn} \end{bmatrix}$$

A aplicação da lei das tensões de Kirchhoff para o ramo resulta em:

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \\ V_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \\ V_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{an} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} & z_{bn} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} & z_{cn} \\ z_{na} & z_{nb} & z_{nc} & z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad V_F = V_f + \mathbf{Z}_{\text{prim}} I_f$$

Como $V_{NN} = V_{nn} = 0$, aplica-se a redução de Kron e o sistema passa a ser:

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad V_F = V_f + \mathbf{Z} I_f$$

em que a matriz reduzida \mathbf{Z} é chamada de **matriz de impedância de fase**, sendo seus elementos calculados por:

$$Z_{ij} = z_{ij} - \frac{z_{in} z_{ni}}{z_{nn}}$$

- Conhecida a equação de cálculo de queda de tensão em um ramo através da modelagem trifásica, pode-se, por exemplo, aplicar algum método baseado em back-forward sweep para o cálculo de fluxo de carga.