Capítulo 9

Técnicas de esparsidade

Exercícios

(1) (2,0) Considere a matriz esparsa abaixo armazenada de forma compacta segundo o esquema de Knuth.

$$\mathbf{A} = \begin{array}{|c|c|c|c|c}
\multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \\ \hline
 & 6 & & & 1 \\ \hline
9 & 4 & & 7 & 2 \\ \hline
5 & & & & 3 \\ \hline
 & 2 & & 8 & 4 \\ \hline
\end{array}$$

Posição	1	2	3	4	5	6	7	
AN	6	9	4	7	5	2	8	*elementos não nulos*
I	1	2	2	2	3	4	4	*linha*
J	2	1	2	4	1	2	4	*coluna*
NR	0	3	4	0	0	7	0	*posição do próximo elemento na linha*
NC	3	5	6	7	0	0	0	*posição do próximo elemento na coluna*
JR	1	2	5	6				*apontador de início de linha*
JC	2	1	0	4				*apontador de início de coluna*

Deseja-se realizar a seguinte operação:

$$\boldsymbol{z} = \mathbf{A}\,\boldsymbol{y}$$

em que:

$$\boldsymbol{y}^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

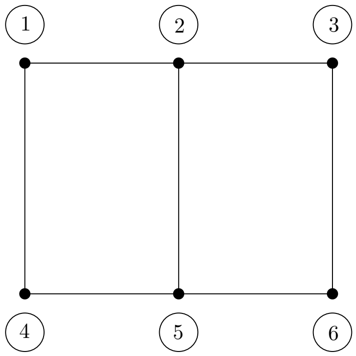
Escreva uma rotina que faça a operação desejada, fornecendo o vetor $\boldsymbol{z}$. Apresente detalhadamente os passos executados pela rotina até o resultado final.

(2) Considere novamente a matriz $\mathbf{A}$ do exercício **(1)**.

(a) (1,0) Armazene a matriz segundo o esquema RR(C)O.

(b) (1,0) Repita o exercício anterior para o novo esquema de armazenamento compacto.

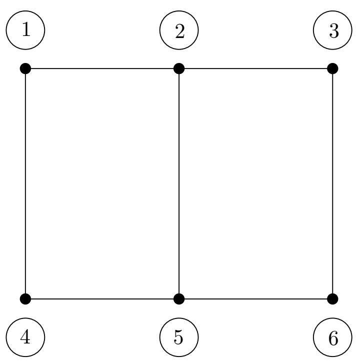
(3) Considere a rede abaixo e sua respectiva matriz admitância nodal.



$$\mathbf{Y} = \begin{array}{cccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \\ \hline \times & \times & & \times & & & 1 \\ \times & \times & \times & & \times & & 2 \\ & \times & \times & & & \times & 3 \\ \times & & & \times & \times & & 4 \\ & \times & & \times & \times & \times & 5 \\ & & \times & & \times & \times & 6 \end{array}$$

(a) (1,0) Verifique que a eliminação de Gauss para $\mathbf{Y}$ resulta no aparecimento de 8 *fill-ins*.

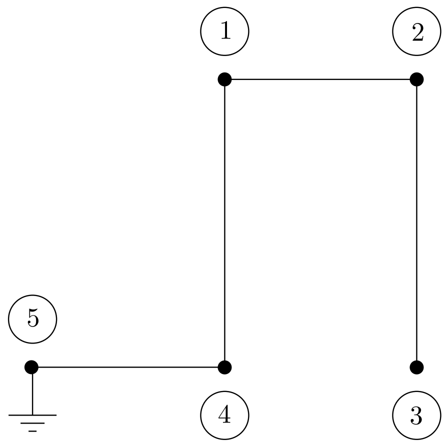
(b) (1,0) Considere agora que as linhas e colunas da matriz $\mathbf{Y}$ sejam reordenadas, resultando em:



$$\mathbf{Y} = \begin{array}{cccccc|c} 1 & 3 & 4 & 2 & 5 & 6 & \\ \hline \times & & \times & \times & & & 1 \\ & \times & & \times & & \times & 3 \\ \times & & \times & & \times & & 4 \\ \times & \times & & \times & \times & & 2 \\ & & \times & \times & \times & \times & 5 \\ & \times & & & \times & \times & 6 \end{array}$$

Verifique que o processo de eliminação de Gauss agora provoca o aparecimento de apenas 4 *fill-ins*.

(4) Considere a rede a seguir e sua respectiva matriz admitância nodal.



$$\mathbf{Y} = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} & \\ \left[\begin{array}{cccc} 20 & -10 & & -10 \\ -10 & 20 & -10 & \\ & -10 & 10 & \\ -10 & & & 15 \end{array}\right] & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array}$$

O vetor das correntes nodais é:

$$\boldsymbol{I} = \left[\begin{array}{cccc} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}1 & 4{,}0 \end{array}\right]^T$$

(a) (1,0) Obtenha as matrizes **L**, **D** e **U** resultantes da decomposição de **Y**.

(b) (1,0) Obtenha as tensões nodais utilizando as substituições *forward* and *back* e a solução direta por:

$$\boldsymbol{V} = (\mathbf{Y})^{-1}\ \boldsymbol{I}$$

(c) (2,0) Reordene as linhas e colunas de **Y** de forma que sua fatoração não provoque o aparecimento de *fill-ins*.