

IMPORTANTE: O aluno deverá trazer um celular carregado e fone de ouvido.

Introdução:

Neste terceiro módulo, além de continuar a análise de circuitos, agora utilizando indutores e capacitores, tem-se como objetivo analisar os efeitos de troca de energia entre os dois elementos capazes de armazenar energia em um circuito: um capacitor (armazena energia em campo elétrico) e um indutor (armazena energia em campo magnético).

Vimos no Módulo II o atraso (também chamado de defasagem) observado entre tensão e corrente no circuito RC . Veremos, na sequência, o atraso em circuito RL . Verificaremos aqui que o atraso entre tensão e corrente no circuito RL é oposto ao do circuito RC .

Veremos também que o indutor e o capacitor são capazes de trocar energia entre si quando estimulados pela mesma corrente (associação série) ou pela mesma tensão (associação paralela). De fato, sob condições particulares, **essa troca de energia pode dar origem a oscilações pouco amortecidas, que definem a frequência de ressonância do circuito**, em torno da qual se pode implementar osciladores auto-sustentados de uso prático.

Veremos também que circuitos com capacitores e indutores têm comportamentos específicos em relação a entradas senoidais, provendo ganhos e defasagens que dependem da frequência. Na prática, esse comportamento pode ser usado para filtragem, i.e., para isolar e/ou realçar faixas de frequências de sinais de interesse¹. Por exemplo, circuitos podem ser usados para separar sinais de estações de rádio que operam em frequências próximas, provendo um ganho muito pequeno para as frequências das estações vizinhas.

¹ De acordo com a teoria de séries e transformadas de Fourier, todo sinal prático pode ser escrito como uma combinação de senóides. Assim, ao saber o que um circuito faz com senóides individuais, é possível saber o que o circuito vai fazer com sinais encontrados na prática.

Proposição III.1
BIPOLOS ARMAZENADORES DE ENERGIA: INDUTOR,
RESPOSTA AO DEGRAU, CONSTANTE DE TEMPO, DEFASAGEM

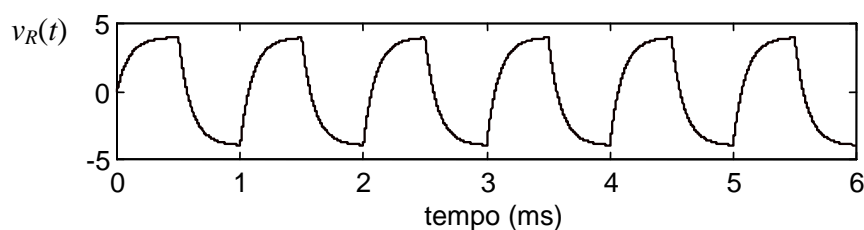
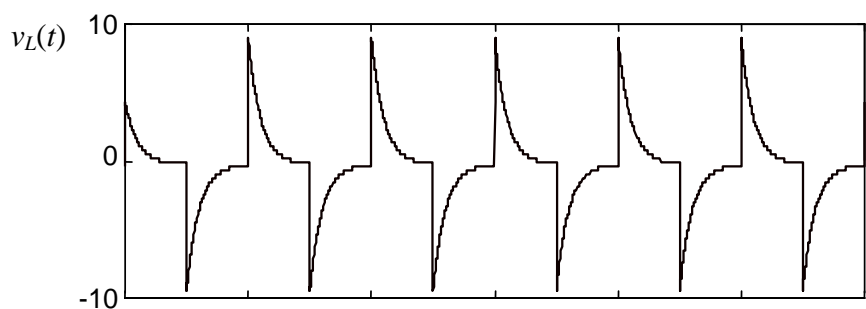
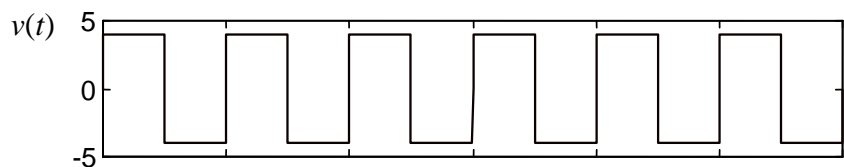
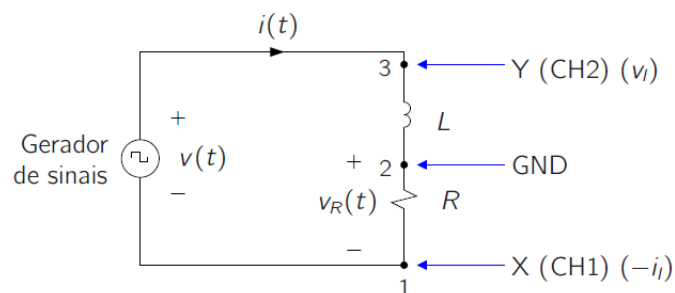
Objetivo: Observar o comportamento do indutor em circuitos com excitação em degrau e senoidal. Relacionar constante de tempo e defasagem.

Revisão da Teoria:

Nos elementos armazenadores de energia como o indutor e o capacitor, a característica $[v-i]$ deve levar em conta o atraso da resposta em relação ao sinal de excitação. Para observar este atraso e a sua relação com as características do bipolo, vamos utilizar uma onda de tensão de excitação inicialmente quadrada e depois senoidal. O bipolo capacitor foi estudado no módulo anterior (Módulo II - parte 2).

INDUTOR LINEAR

a) RESPOSTA TRANSITÓRIA - ALIMENTAÇÃO DEGRAU



Sabemos que $v = Ri + L(di/dt)$, cuja solução para uma entrada constante V_0 de tensão é dada por:

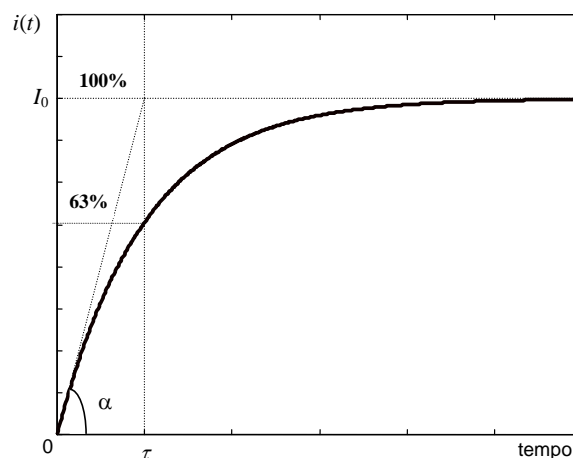
$$i(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) + i_0 \left(e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

onde $i_0 = i(t=0)$ dá a condição inicial da corrente e $\tau = L/R$ é a constante de tempo do circuito RL .

Se $i_0 = 0$ vemos que V_0/R corresponde ao valor final ($t \rightarrow \infty$) da corrente no circuito. Para $i_0 = 0$, resulta ainda:

$$i(\tau) = \frac{V_0}{R} \left(1 - \frac{1}{e} \right) = 0,632 \frac{V_0}{R}$$

ou seja, τ é o tempo que o circuito leva para atingir aproximadamente 63% do valor final de corrente. Isto permite, de uma maneira simples, medir a constante de tempo do circuito, conforme mostra a figura a seguir.



Outra maneira de se obter τ é derivar a função na origem:

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_0}{R} \frac{R}{L} = \frac{V_0}{L} = \frac{I_0}{\tau} = \tan \alpha$$

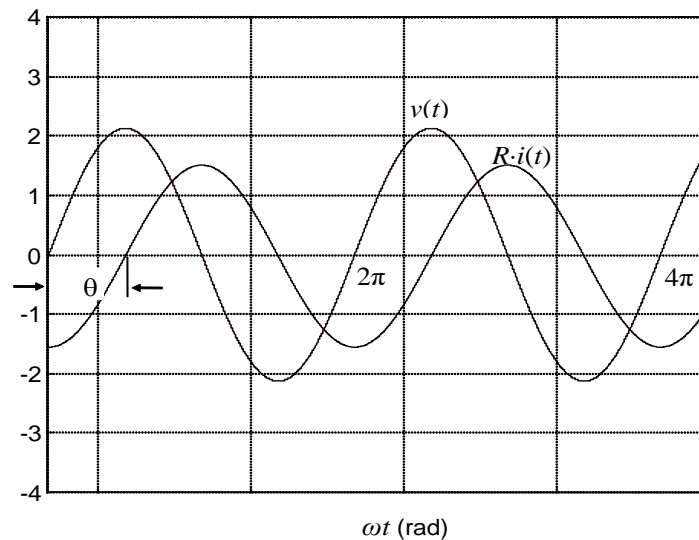
Constata-se que a taxa de variação inicial depende inversamente de τ e o cruzamento da derivada inicial com o nível do valor final ocorre em $t = \tau$.

b) RESPOSTA SUSTENTADA - ALIMENTAÇÃO SENOIDAL

Quando o circuito é alimentado por excitação senoidal, a defasagem entre o sinal de tensão e o de corrente é dada pelo ângulo da impedância do circuito em regime permanente (solução fasorial).

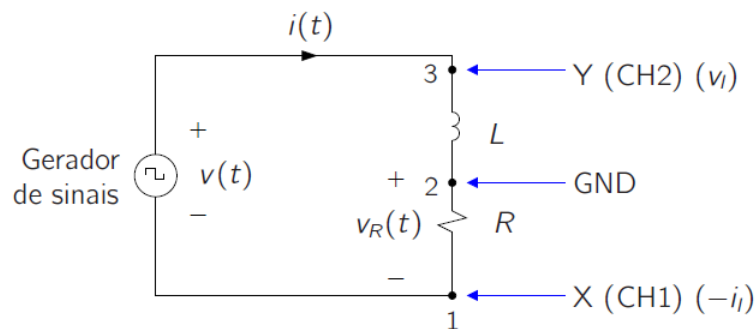
Seja f a frequência da excitação senoidal. Então $\omega = 2\pi f$ é a *frequência angular*. Teremos as ondas de tensão e corrente dadas por: $v(t) = V_p \cos(\omega t) [V]$ e $i(t) = I_p \cos(\omega t - \theta) [A]$ onde:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{X_L}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right)$$



Ensaio e Questões:

- (i) Calcule o valor de τ para o circuito RL série em que $L = 100 \text{ mH}$ e $R = 1 \text{ k}\Omega$.
- (ii) ► Monte o circuito abaixo. Usando excitação em **onda quadrada**, com $V_{pp} = 8 \text{ V}$ e $f = 1 \text{ kHz}$, represente na mesma tela do osciloscópio as formas de onda de $v_R(t)$, $v_L(t)$ e $(v_R + v_L)$, e **salve**.



- (iii) Dê uma interpretação física às curvas observadas. Tanto no começo quanto no fim do transitório, o indutor se comporta como o quê? Com base nessa observação, qual o valor da corrente no começo e no fim do transitório?
- (iv) ► **Salve** a forma de onda da corrente, usando as escalas nos eixos mais convenientes (ampliadas).
- (v) ► Considere agora um **sinal senoidal de 1 kHz**. Ajuste as pontas de prova para medir a tensão da fonte e a corrente pelo circuito. Lembre-se de que os terras das duas pontas de prova são curto-circuitados dentro do osciloscópio e, portanto, não podem ser colocados em nós diferentes do circuito.

- (vi) ► **Salve** a figura e meça a defasagem entre $v(t)$ e $i(t)$ observada no osciloscópio e compare com a calculada analiticamente. Dica: use os cursores de tela.
- (vii) ► Varie a frequência de **1 kHz** a **10 kHz** e observe a variação da amplitude e da defasagem da corrente. Como se comporta o indutor para baixas e altas frequências?
- (viii) Observe que a variação da frequência influencia diferentemente os circuitos indutivo e capacitivo (verificado no experimento anterior – ver aula do Módulo II, parte 6). Comente esta diferença.
- (ix) ► Varie a frequência ainda mais, indo até **100 kHz** e observe a variação da amplitude e da defasagem da corrente. Proponha um modelo para o indutor que explique o comportamento observado.

Proposição III.2
**RESPOSTA EM FREQUÊNCIA,
FILTRO SEPARADOR DE BAIXAS E ALTAS FREQUÊNCIAS**

Objetivo: Verificar e quantificar as características de filtragem de circuitos RL e RC.

Introdução:

Sabemos que um circuito RL é um derivador de corrente, pois

$$v(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

enquanto que um circuito RC é um integrador de corrente, pois

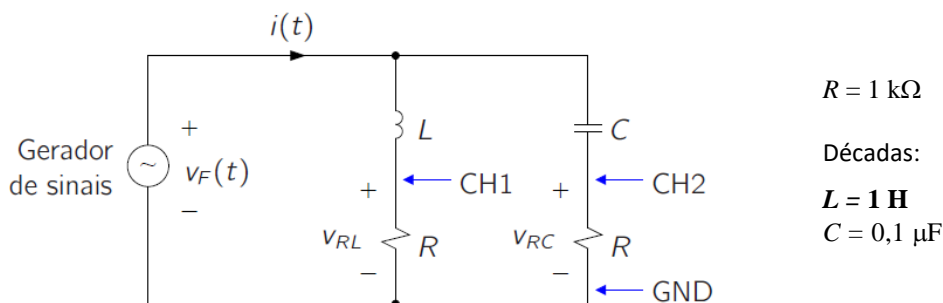
$$v(t) = R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt + v_C(0)$$

Isto significa que se a tensão v é imposta ao circuito, com R , L e C dados, o circuito RL funciona como um limitador de derivada (taxa de variação)² da corrente e o circuito RC como um limitador de integração (taxa de acumulação)³ da corrente. Em outras palavras, podemos dizer que o indutor não admite variações bruscas de corrente, pois sua derivada é limitada. Ou seja, ele limita altas frequências. Por outro lado, o capacitor limita variações de carga, ou seja, não permite que um degrau de corrente seja sustentado (limita baixas frequências).

Essa característica de filtragem dos circuitos RL e RC pode ser explorada, por exemplo, para obter a separação dos sinais de áudio de alta e baixa frequência, dirigindo-os a alto-falantes projetados especialmente para cada faixa, melhorando o desempenho acústico do aparelho de som.

Ensaio e Questões:

- (i) ► Para observar a separação de altas e baixas frequências, faça a seguinte montagem, ajustando a resistência da década de forma a resultar em uma resistência total de $1 \text{ k}\Omega$ no ramo do indutor. Atente para a mudança na indutância.



- (ii) No circuito acima, calcule a frequência para a qual o gerador de sinais vê uma impedância puramente resistiva. Esta é a frequência de ressonância do circuito.

² Observe que o valor da derivada é no máximo $v(t)/L$, o que ocorre quando $i(t) = 0$.

³ Observe que o valor máximo da integral é $C(v(t) - v_C(t))$, o que ocorre quando $i(t) = 0$.

- (iii) Determine a corrente máxima nos ramos do capacitor e do indutor. Em que frequência elas ocorrem?
- (iv) Obtenha as expressões analíticas para as correntes de cada ramo em função da frequência e calcule as **frequências de corte** de **cada** ramo do circuito em função dos parâmetros do circuito⁴. Mostre que na frequência de corte ramo RL, o módulo da tensão no resistor será igual ao módulo da tensão no indutor. Da mesma forma, mostre que na frequência de corte do ramo RC, o módulo da tensão no resistor será igual ao módulo da tensão no capacitor.
- (v) ► Levante a resposta em frequência dos dois ramos, preenchendo a tabela a seguir, **mantendo constante a tensão da fonte senoidal** em $V_p = 6\text{ V}$.

RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

f [Hz]	V_{RL} [Vrms]	V_{RC} [Vrms]
50		
100		
150		
200		
250		
300		
500		
600		
800		
1.000		
1.200		
1.500		
1.800		
2.000		
3.000		
5.000		

(*)

(*) frequência para a qual $V_{RL} = V_{RC}$

- (vi) Trace as respostas em frequência $[V_{RL} \times f]$ e $[V_{RC} \times f]$ em um único gráfico, com o eixo das frequências em escala logarítmica. Junte ao relatório a ser entregue via Moodle.
- (vii) Demonstre que, se as resistências dos ramos forem iguais, na frequência natural do circuito tem-se $|V_{RL}| = |V_{RC}|$. Esta condição determina então a frequência de cruzamento (*crossover*) de um ramo para outro do circuito.
- (viii) Obtenha a frequência natural do circuito no gráfico das respostas em frequência.
- (ix) ► Meça as frequências de corte, para as quais as tensões nas resistências correspondem a $V_{max}/\sqrt{2}$ em cada um dos ramos (V_{max} é o máximo valor eficaz em cada um dos ramos -

⁴ Lembre-se que a frequência de corte é obtida como $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$, assumindo que a tensão da fonte permanece constante.

quando a parcela reativa tende à zero). Compare os valores medidos com os obtidos do gráfico das respostas em frequência e com aqueles calculados no item **(iv)**.

- (x)** Classifique o comportamento deste circuito do ponto de vista da corrente fornecida pela fonte. Ele é um passa baixas, passa altas, passa faixas, ...?
- (xi)** ► Desconecte a ligação em paralelo entre os ramos, para poder trabalhar com cada ramo individualmente. Substitua a fonte pela saída do amplificador de áudio (que deverá ser ligado à saída de fone de ouvido de um celular), e substitua o resistor do ramo capacitivo por um fone de ouvido. Meça a impedância do fone e determine a frequência de corte do circuito resultante em função da capacitância. Ajuste o valor da capacitância e ouça o resultado. Repita para o ramo indutivo.