

OBJETIVO

Aplicar os princípios eletromagnéticos a um eletroímã e verificar a **validade** e as **restrições** das leis envolvidas.

DISPOSITIVO EM ESTUDO

Iremos estudar as relações eletromagnéticas e o princípio de conversão eletromecânica desenvolvidos em um eletroímã com entreferro variável e dinamômetro acoplado à parte móvel, conforme ilustrado na figura 1.

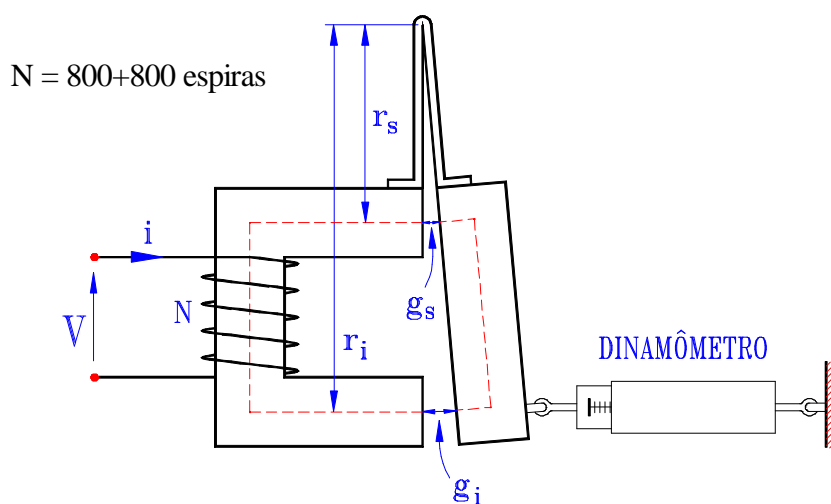


Figura 1

1 - Dados Geométricos do Núcleo

Ensaio:

- Obtenha e anote as seguintes medidas do eletroímã:
 - Comprimento médio do núcleo $\ell_n =$
 - Secção transversal do núcleo $A =$
 - Raio de giro superior $r_s =$
 - Raio de giro inferior $r_i =$

Note que para pequenas aberturas angulares no entreferro:

$$g_s \approx (r_s / r_i) \cdot g_i$$

g_s - entreferro superior

g_i - entreferro inferior

e, portanto, o entreferro total passa a ser função apenas de g_i :

$$g_T = g_s + g_i \approx (r_s / r_i + 1) \cdot g_i$$

2 - Visualização do Laço de Histerese no Osciloscópio

Ensaio:

- Utilizando o circuito do **Apêndice I**, obtenha o laço de histerese do eletroímã (800 espiras) sem e com entreferro. Em ambos os casos aplicar tensão de 200V rms. Comente eventuais diferenças.

3 - Determinação das Características Magnéticas do Núcleo

A curva de magnetização (c.c.) do núcleo passa pelos vértices dos laços de histerese (c.a.), quando se varia gradualmente a amplitude da tensão aplicada, conforme ilustrado na figura 2.

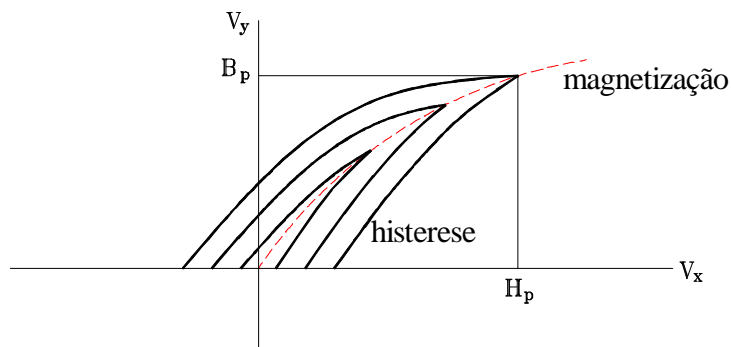


Figura 2

Usando o método de integração de tensão através de circuito RC (veja **Apêndice I**), pode-se notar que o laço de histerese, observado através do osciloscópio, é composto dos seguintes sinais:

no eixo **x**: $H = \frac{N \cdot I}{\ell_n} = \frac{N}{\ell_n \cdot R_{sh}} \cdot V_x \quad (V_x \rightarrow \text{valor de pico})$

no eixo **y**: $B = \frac{1}{N \cdot A} \int e \cdot dt = \frac{R \cdot C}{N \cdot A} \cdot V_y \quad (V_y \rightarrow \text{valor de pico})$

e, portanto, no vértice do laço (H_p, B_p) , tem-se a relação de permeabilidade magnética:

$$\mu \approx \frac{B_p}{H_p} = \mu_r \cdot \mu_0$$

a partir da qual pode-se estimar o valor da permeabilidade relativa do núcleo (μ_r) em relação ao ar, para o qual $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$.

Ensaio:

- Medir R_{sh} .

- Obter a curva $[B \times H]$ do núcleo do eletroímã (800 espiras), sem entreferro, aplicando tensão c.a. variável de 0 a 220V rms.
- Obter a curva $[\mu_r \times H]$.
- Apresentar tabelas com todos os valores medidos e calculados.

4 - Saturação do Núcleo

Ensaio:

- Um valor típico do ponto onde se inicia a saturação do material ferromagnético (curva $[B \times H]$ deixa de ser linear) é 1,6 T. Com base na curva $[B \times H]$ obtida no item 3, comente a esse respeito.

5 - Efeito do Entreferro sobre o Campo Magnético

Assumindo conhecidas as seguintes relações eletromagnéticas:

Força magnetomotriz	$\mathfrak{F} = fmm = N \cdot I$	[A] (A.esp)
Intensidade de campo magnético	$H = (N \cdot I) / \ell$	[A/m]
Densidade de fluxo magnético	$B = \mu \cdot H$	[T] (Wb/m ²)
Fluxo magnético	$\phi = B \cdot A$	[Wb]

pode-se calcular os valores de H , B e ϕ para uma dada corrente e condições de entreferro.

Quando o caminho magnético é composto por meios diferentes (ferro e ar, por exemplo), deve-se lembrar de desdobrar as equações anteriores para cada trecho específico como no caso da figura 1 onde:

$$N \cdot I = H_n \cdot \ell_n + H_g \cdot (g_i + g_s)$$

Nesse caso, o fluxo magnético permanece o mesmo ao longo do circuito, ou seja:

$$\phi = B_n \cdot A_n = B_g \cdot A_g$$

e, idealmente, as áreas transversais do núcleo e do entreferro podem ser supostas iguais, resultando:

$$B_n = B_g$$

Ensaio:

- Utilizando um medidor de fluxo magnético, meça o fluxo no núcleo do eletroímã (800 espiras) sem e com entreferro ($g_i = 1$ mm), para uma corrente c.c. suprida pelo medidor em torno de 450 mA, em dois pontos diferentes do núcleo. Comente as eventuais diferenças.

- Para o valor de corrente ajustado no medidor, calcule os valores de H , B e ϕ no núcleo do eletroímã, sem entreferro.
- Com base no exemplo 1.2, página 9, do livro *Principles of Electric Machines and Power Electronics*, de P.C. Sen, calcule os valores de H , B e ϕ no núcleo do eletroímã, com entreferro ($g_i = 1$ mm).
- Compare os valores obtidos nos dois casos para H , B e ϕ , e descreva o que aconteceu ao se introduzir o entreferro.
- Para o eletroímã com entreferro ($g_i = 1$ mm), calcule a corrente necessária para produzir o mesmo fluxo calculado sem entreferro. Compare os valores de corrente e justifique a diferença.

6 - Cálculo das Relutâncias

A relutância do circuito magnético é dada por:

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu \cdot A} \quad [\text{A/Wb}] \quad (\text{A-esp/Wb})$$

onde ℓ - comprimento médio do caminho magnético
 A - área transversal do “condutor magnético”
 μ - permeabilidade do meio

A relação acima deve ser aplicada a cada trecho do circuito magnético que contém diferentes características magnéticas, resultando relutâncias **em série** para um caminho magnético fechado. Circuitos magnéticos com ramificações produzem relutâncias **em paralelo**. A associação série-paralela das relutâncias é similar à de resistências elétricas.

Ensaio:

- Para as condições do item 5:
 - Calcule a relutância total do eletroímã, sem entreferro.
 - Calcule a relutância total do eletroímã com entreferro ($g_i = 1$ mm), utilizando a reta de carga.
 - Verifique a relação $N \cdot I = \mathfrak{R} \cdot \phi$ para os dois casos.

7 - Efeito do Espraimento do Fluxo no Entreferro

Uma vez que ocorre o fenômeno do espraimento do fluxo magnético, principalmente nos trechos com maior relutância, é necessário estimar a seção transversal efetivamente ocupada pelo fluxo no entreferro. Uma regra prática muito utilizada considera que, para um entreferro g , a região ocupada pelo fluxo neste entreferro aumenta de g em cada dimensão devido ao espalhamento no ar. A figura 3 ilustra o aumento efetivo de área da seção transversal de A para A' . Essa regra não leva em conta a dispersão causada pela

saturação do núcleo.

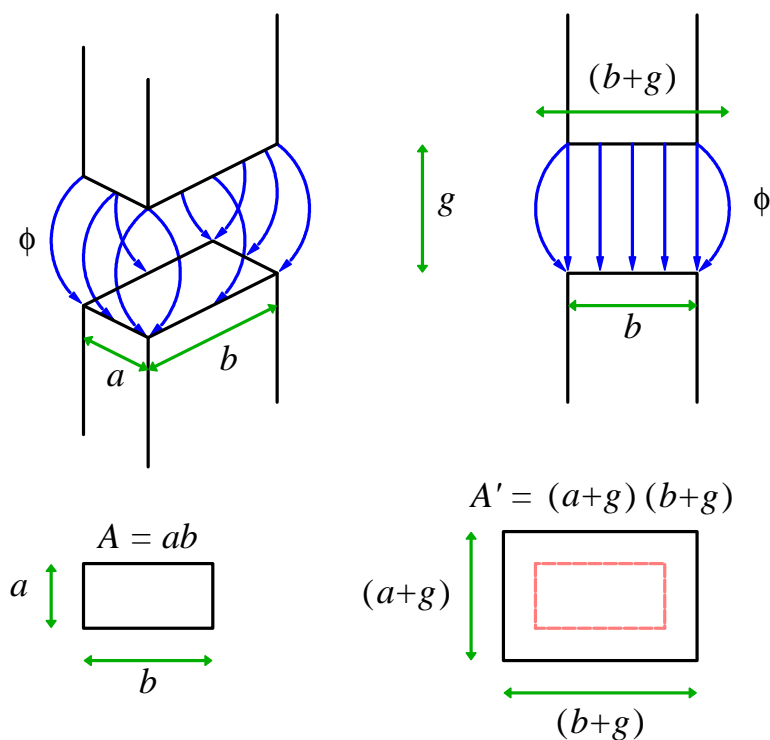


Figura 3

Ensaio:

- Recalcule o fluxo magnético resultante para o valor de corrente do item 5 e $g_i = 1 \text{ mm}$, porém considerando o espraio no entreferro. Compare e comente.
- Calcule a variação percentual da relutância do eletroímã causada pelo efeito do espraio no entreferro, para $g_i = 1 \text{ mm}$. Comente.
- Verifique novamente a relação $N \cdot I = \mathfrak{R} \cdot \phi$ (com entreferro).

OBSERVAÇÃO

A PARTIR DESTES ITENS INCLUA O ESPRAIO EM TODOS OS CÁLCULOS.

8 - Cálculo da Indutância

A indutância L de um circuito representa o fluxo enlaçado ($\lambda = N \cdot \phi$) por unidade de corrente:

$$L = \frac{\lambda}{I} = N \cdot \frac{\phi}{I} \text{ [H]}$$

Ensaio:

- Calcule as indutâncias (em Henry) através das medidas do fluxo magnético.
- Mostre que L é uma *característica do circuito magnético* dada por $L = N^2 / \mathfrak{R}$.
- Com base nesta expressão e para os valores do item 6:
 - Calcule a indutância, sem entreferro, para $N = 800$ espiras.
 - Calcule a indutância com $g_i = 1$ mm, $N = 800$ espiras.
 - Compare os resultados obtidos.

9 - Força Magnetomotriz

Vimos que a f.m.m. necessária para estabelecer um determinado fluxo magnético ϕ vale:

$$\mathfrak{F} = fmm = N \cdot I$$

Essa relação sugere que se pode fixar uma f.m.m. “trocando” o número de espiras (N) por corrente elétrica (I). Supondo que o fluxo e o circuito magnético são mantidos constantes, resultará uma força de atração constante como mostrado adiante. Pode-se, portanto, comprovar a relação da f.m.m. acima, medindo a força de atração resultante para diferentes combinações de $N \cdot I = \text{cte}$.

Ensaio:

- Utilizando o dinamômetro, meça a corrente c.c. mínima no eletroímã, sem entreferro, que sustenta uma força de atração de 3 kgf para 1600 espiras e 800 espiras.
- Verifique se resulta o mesmo fluxo nos dois casos.
- Repita os dois itens anteriores para o entreferro $g_i = 1 \text{ mm}$, com 800 e 1600 espiras.
- Comente os resultados obtidos.

10 - Cálculo da Energia Acumulada no Campo Magnético

A energia acumulada no campo magnético equivale à área da característica $[\lambda \times I]$ definida por:

$$W_m = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I \cdot d\lambda = \int_{B_1}^{B_2} I \cdot N \cdot A \cdot dB = \int_{B_1}^{B_2} \frac{H \cdot \ell}{N} \cdot N \cdot A \cdot dB = A \cdot \ell \cdot \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB$$

Uma vez que o produto $A \cdot \ell$ é o volume do núcleo, então $\int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB$ é a densidade volumétrica de energia magnética. No caso linear, $\mu = \text{cte}$ e $H = B/\mu$, então essa integral vale:

$$\frac{W_m}{A \cdot \ell} = \frac{1}{\mu} \cdot \int_{B_1}^{B_2} B \cdot dB = \frac{B_2^2 - B_1^2}{2\mu}$$

Supondo que $B_1 = 0$ no início da magnetização, então a energia final será:

$$W_m = \frac{A \cdot \ell \cdot B^2}{2\mu}$$

Ensaio:

- Para $g_i = 1 \text{ mm}$, $N = 800$ espiras e a corrente medida no item 9, calcule a energia (em mJ) armazenada no núcleo e em cada entreferro.
- Compare a energia total armazenada nos entreferros com a armazenada no núcleo. Comente.

11 - Cálculo da Força de Atração do Eletroímã

A força de atração corresponde à taxa de variação da energia magnética com a variação do comprimento do entreferro, ou seja:

$$F_m = \frac{\partial}{\partial g} W_m$$

Devido ao movimento em torno do pivot do núcleo, a condição de equilíbrio das forças é mostrada na figura 4 e dada por:

$$F_d \cdot r_i = F_i \cdot r_i = F_s \cdot r_s$$

onde F_s - força no entreferro superior

F_i - força no entreferro inferior

F_d - força total do eletroímã

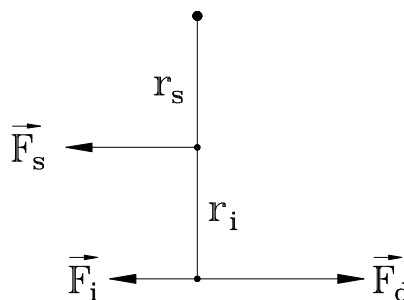


Figura 4

Para $r_i = 2r_s$ a força do dinamômetro vale:

$$F_d = F_i + F_s / 2$$

Em termos da taxa de variação da energia:

$$F_d = \frac{\partial}{\partial g_i} W_i + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial g_s} W_s$$

Mas como $g_s = g_i / 2$ resulta:

$$F_d = \frac{\partial}{\partial g_i} W_i + \frac{\partial}{\partial g_i} W_s$$

Ensaio:

- Admitindo esta combinação de forças válida para o eletroímã e considerando o espraçamento, calcule a força resultante para $g_i = 1 \text{ mm}$, $N = 800$ espiras e corrente medida no item 9.
- Calcule o erro percentual em relação ao valor usado no item 9 e comente a sua origem.

12 - Perdas no núcleo

Como o circuito eletromagnético não é ideal, ocorrem perdas na bobina e no núcleo. A potência elétrica absorvida pelo eletroímã (P_E) pode ser medida. Essa potência corresponde às perdas ôhmicas na bobina (P_O), por correntes de Foucault (P_F) e por histerese (P_H) no núcleo:

$$P_E = P_O + P_F + P_H$$

As perdas por correntes de Foucault (P_F) e por histerese (P_H) no núcleo, em geral são agregadas como *perdas no núcleo*:

$$P_N = P_F + P_H$$

Com um certo grau de dificuldade, é possível obter P_F e P_H . Entretanto, na prática, isto não é necessário, bastando obter o valor de P_N .

Conhecida a resistência da bobina (R), pode-se estimar as perdas no núcleo como sendo:

$$P_N = P_E - P_O = P_E - R \cdot I^2$$

A potência total (P_E) pode ser medida diretamente através de wattímetro ou indiretamente através de V , I e $\cos \phi$.

Ensaio:

- Meça a resistência R da bobina.
- Para $N = 800$ espiras e sem entreferro, aplique 130 V, 60 Hz, e meça I e $\cos \phi$. Calcule P_E , P_O e P_N .
- Para $N = 800$ espiras e $g_i = 1 \text{ mm}$, aplique 130 V, 60 Hz e meça I e $\cos \phi$. Calcule P_E , P_O e P_N .

- Compare as perdas no núcleo com as perdas na resistência da bobina.
- Explique porque as perdas no núcleo sem entreferro são menores do que as perdas com entreferro.

13 - Circuito Equivalente do Eletroímã

Para analisar o comportamento elétrico do eletroímã em c.a., pode-se utilizar o circuito equivalente da figura 5. Nesse modelo, as perdas são representadas por uma resistência em série e uma condutância em paralelo (R e G_{eq} , respectivamente), a dispersão de fluxo pela reatância X_I , e a característica de magnetização pela susceptância B_{eq} . A saturação é uma não linearidade que não está representada nesse modelo.

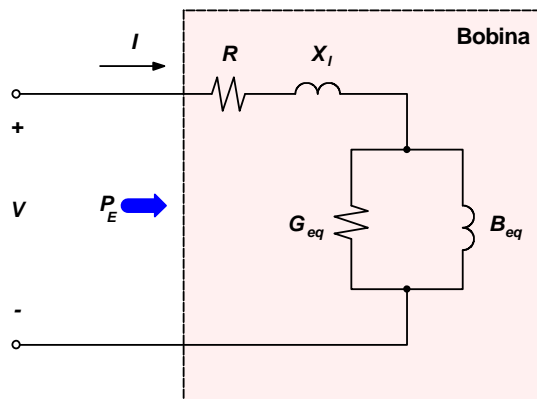


Figura 5

Ensaio:

- Desprezando as quedas de tensão na resistência série e na reatância de dispersão, obtenha a condutância equivalente G_{eq} devido às perdas no núcleo, sem entreferro:

$$G_{eq} = P_N / V^2$$

- Verifique que o valor da resistência que representa as perdas no núcleo é bem maior que a resistência R da bobina medida no item 12.
- Obtenha a indutância L_{eq} a partir da admitância equivalente obtida da relação corrente/tensão aplicadas ao eletroímã:

$$Y_{eq} = \frac{I}{V} \approx \sqrt{G_{eq}^2 + B_{eq}^2}$$

em que B_{eq} é a susceptância equivalente e:

$$L_{eq} = \frac{1}{\omega \cdot B_{eq}} = \frac{1}{\omega \cdot \sqrt{Y_{eq}^2 - G_{eq}^2}}$$

Compare L_{eq} obtida por esse modelo, com os valores calculados e medidos no item 8.

14 - Linearidade do Modelo Equivalente

Uma vez que o modelo anterior não prevê a saturação do núcleo, além de introduzir outras aproximações, é conveniente testar a região de validade do modelo linear. Para isso pode-se variar a tensão c.a. aplicada ao eletroímã, medindo a corrente absorvida.

Ensaio:

- Verifique a linearidade entre tensão e corrente, calculando o valor da impedância resultante.

V [V]	I [A]	Z_{eq} [Ω]

- Obtenha a curva $[V \times I]$ e verifique a sua similaridade com a curva de magnetização do eletroímã.
- Obtenha a curva $[Z_{eq} \times I]$ verifique a sua similaridade com a curva de permeabilidade do núcleo do eletroímã.
- Com base nas curvas obtidas, discuta a validade do modelo linear proposto no item 13.

15 - Principais Aplicações do Eletroímã

- relés, disjuntores eletromagnéticos, travas magnéticas
- cigarra, campainhas
- eletroválvulas, bombas eletromagnéticas
- máquinas elétricas

16 – Referências bibliográficas

- P.C. Sen, Principles of Electric Machines and Power Electronics, Second Edition, John Wiley & Sons, 1996.
- Edson Bim, Máquinas Elétricas e Acionamento, Campus, 2009.

APÊNDICE I

Obtenção da Curva $[B \times H]$ no Osciloscópio

1 - Da lei circuital de Ampère sabe-se que para um percurso ℓ :

$$\oint H \cdot d\ell = N \cdot I$$

Para H constante resulta:

$$H \cdot \ell = N \cdot I$$

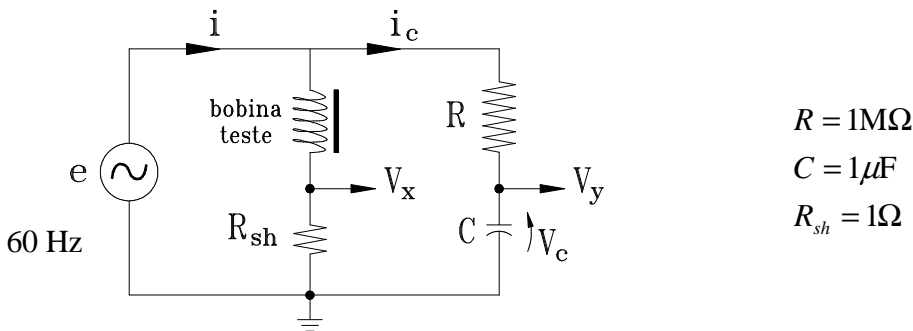
logo:

$$H = \frac{N}{\ell} \cdot I \rightarrow \text{eixo X proporcional a } I \rightarrow V_x = R_{sh} \cdot I$$

2 - Da lei de indução de Faraday sabe-se que:

$$e = \frac{d}{dt} \lambda = N \frac{d}{dt} \phi = N \cdot A \frac{dB}{dt}$$
$$B = \frac{1}{N \cdot A} \int e \cdot dt$$

Para obter $\int e \cdot dt$ monta-se um circuito RC, com $R \gg 1/(\omega \cdot C)$, alimentado pela tensão $e(t)$:



A tensão sobre o capacitor é dada por:

$$V_c = \frac{1}{C} \int i_c \cdot dt \approx \frac{1}{C} \int \frac{e}{R} \cdot dt = \frac{1}{R \cdot C} \int e \cdot dt$$

logo:

$$B \approx \frac{R \cdot C}{N \cdot A} \cdot V_c \rightarrow \text{eixo Y proporcional a } V_c \rightarrow V_Y = V_C$$

APÊNDICE II

Ajuste do Osciloscópio HP 54501

TIME BASE

5 ms/div
delay 0 seg
reference cntr
window off

CHANNEL

CH1 e CH2 **ON** - CH3 e CH4 **OFF**
CH1 100 mV/div. V_x
CH2 200 mV/div. V_y

TRIGGER

auto
edge
source 1

DISPLAY

avg
of avg 2048 (máx)
of screens: 1
grid
connect dots **ON**

WAVEFORM MATH

f1
display **ON**
chan 2
vs
chan 1
sensitivity 45 mV/div